CÆLESTIS MATHEMATICAE PARS SECVNDA GEOMETRICAS VMBRARVM CONTINENS LEGES,

In qua tota Gnomonica à ſuis fundamentis clarè, dilucidèq; traditur, quæ Geometria fundatur,

Et aptis figuris quomodo arcus caleſtes quicunque, qui Horologijs exprimuntur, Planis ſciatericis emineant, ante oculos ponitur.

AVCTORE

D. GVARINO GVARINO

MVTINENSI CLER. REG.

Philoſopho, Theologo, atque R. C. Sabaudiæ Ducis Mathematico.

MEDIOLANI

Ex Typographia Ludouici Montiæ. MDCLXXXIII.

SVPERIORVM PERMISSV, ET PRIVILEGIO.

SERENISSIMO PRINCIPI

EMMANVELI FILIBERTO A SABAVDIA

COLENDISSIMO DOMINO.

AVdent inſolentes vmbræ, quas ad illuſtrandas paginas publicis atramentis conſignaui, in tuum munus ſe protendere, & tributa, quæ pondere obſequioſo theſauros tuos onerant, exilitate ſua, & inanitate æmulari. Temerariæ Sereniſſimos tuos ſplendores, quibus radias, temerare non verentur, & his præſertim natalitijs diebus, quibus cælum ſe aperit in nitores profuſum; nigroris triumphos ducere, & ſe in pompam proferre ambitioſa profuſione contendunt. Ita eſt Sereniſſime Princeps, ſed parcendum. Sunt vmbræ ſequaces Solis, & natura iuxtà ipſius ſinuoſos tramites obambulæ. Illo exoriente exerunt, deliteſcente oblitterantur, motus omnes exarant, & ſtylo ſeriem laborum ſolarium, quos vaſtitate cæli ciet, candido pariete eloquenter deſcribunt. Aſſuetæ itaque ſequi Solem,

*2 etiam

etiam profusæ in paginas, & in scientiam sublimatæ te suum Solem sequuntur, indolemq; ingenitam obliuisci incapaces, cum Sol paginis illucere nequeat, limpidissimum iubar Serenitatis tuæ, quod Mundo litterario colluceat, dum in illum illabuntur, & quo digeruntur, exquirunt. Tu magnanime Princeps vmbrarum harum, quæ in tua obsequia se prosternunt, exilitatem ne despicias, vmbraque protectionis tuæ benignus obtegas, si enim clemens ad earum tenuitatem te demitras, illæ in infinitum in tuos cultus profusæ se propagabunt, dum ego humilimus te obsequor, & Serenissimæ C. Tuæ me deuoueo

Hum.mus, Obseq.mus, & Oblig.mus Seruus

D. Guarinus Guarinius C. R.

Re-

Reuerendissimo Patri Præposito Generali Congregationis Clericorum Regularium,

NON minorem sibi vindicat laudem *Calestis Mathematica nostri Patris D. Guarini Guarinij Pars Secunda Geometricas vmbrarum continens leges, quàm eiusdem Mathematica Pars Prima apud sapientissimos ipsos Viros promeruit. Vtraque scilicet ingeniosissimo suo digna calamo, vtraque proprio par Auctori, Magistro doctissimo, atque in terrarum Orbis Academijs celebri est. Quamobrem, pro commissâ nobis Prouinciâ, id statuimus: Huic operi typum, ad literarium thesaurum amplius locupletandum, nostraque Congregationis ornamentum magis, magisque augendum, concedi à Reuerendissima Paternitate Vestrâ libentissime posse. Quartodecimo Calendas Ianuarias anno MDCLXXXII.*

D. Hieronymus Meazza Cler. Reg. Sac. Theol. Professor, S. Antonij Mediolani Præpositus.
D. Caietanus Paganus Cler. Regul. Theologus, & Visitator.

D. THOMAS SERSALIS
Congregationis Clericorum Regularium Præpositus Generalis.

HOC *Opus inscriptum Calestis Mathematica Pars Secunda, Geometricas Vmbrarum continens leges, à P. D. Guarino Guarini compositum, & iuxta assertionem Patrum, quibus id commisimus approbatum, vt Typis mandetur, quoad nos spectat, facultatem concedimus. In quorum fidem præsentes literas manupropria subscripsimus, ac solito nostra Congregationis Sigillo firmauimus. Datum Roma die 23. Ianuarij 1683.*

D. Thomas Sersalis Præpositus Generalis C.R.

Loco ✠ Sigilli.

D. Franciscus Maria Casnedi Secretarius C. R. Adm.

ADM. R. Pater Idelphonſus Septala Ordinis Capucinorum videat, ac inſcriptis referat ex commiſsione Reuerendiſsimi Patris Fratris Sixti Cerchij Sac. Theologiæ Magiſtri, nec non Inquiſitoris Generalis Status, ac Dominij Mediolani.

Fr. Angelus Maria Battianus
Notarius S. Officij Mediolani.

1682. 24. Nouembris.

EX commiſsione Reuerendiſsimi P. Sixti Cerchij Sac. Theol. Magiſtri Inquiſitoris Generalis Status, ac Dominij Mediolani, ego ſubſcriptus hoc opus, cuius titulus, Cæleſtis Mathematicæ Pars Secunda, Geometricas Vmbrarum continens leges, D. Guarini Guarini C. R. Theatini, diligenter legi, ac expendi, atque in eo nihil offendi Orthodoxæ Fidei, aut bonis moribus aduerſum; ideò, vt perutile profeſſoribus Mathematicæ ſcientiæ, et omnibus ſtudioſis virtutum ſectatoribus, prælo dignum cenſeo. Me tamen &c.

F. Idelphonſus à Mediolano Concionator Capucinus

Attenta præfata atteſtatione

IMPRIMATVR.

F. Sixtus Cerchius Inquiſitor Generalis Status Mediolani.

Iacobus Saita Canonicus Imperialis Baſilicæ S. Ambroſij pro Emiuentiſſimo D. D. Cardinali Vicecomite Archiepiſcopo.

Franciſcus Arbona pro Excellentiſſimo Senatu.

INDEX

INDEX
EXPENSIONVM;

Quæ in hac Secunda Parte continentur.

TRACTATVS I.

TRACTATVS II.

TRACTATVS III.

TRAC

TRACTATVS GNOMONICVS I.

HOROLOGIA ASTRONOMICA DESCRIPTA.

Scientiam describendorum Horologiorum hic tradimus, non quod animo insideat omnes modos horas describendi tradere, sed solùm eos, qui magis ad nostrum institutum subseruiunt, quod in id præcipuè collimat, vt demonstrationes, quibus methodus horolographicus innititur, clarissimè exponat, & quia multitudo doctrinarum, & congestorum præceptorum mentem eius, qui aditu adhuc hæret, occupat, & exterret; Ideo ijs posthabitis, strictiùs, quàm fieri possit, omnibus tamen necessarijs speculationibus in arenam vocatis, hanc doctrinam pertractabimus.

EXPENSIO I.

QVID, ET QVOTVPLEX SIT HOROLOGIVM SOLARE.

AD horas ex motu Lunæ, stellarumque addiscendas, fiunt quoque Horologia, sed nos de solis solaribus agimus.

THEOR. I. PROPOS. I.

In omni Horologio vertex stili stat loco centri Mundi.

PRobatur. Nam Lam. 1. sit orbis Solis maximus A B C D, cuius semidiameter 1100. diametros terræ contineat; ita quod terra respectu eius sit quantitatis ita modicæ, vt ferè insensibilis sit, quale esset granum hordei in cubiculo, quod centum palmos pateret, sitque terra in I, & Horizon verus B C fig. pr. Lam. 1. sensibilis verò F G planum Horologij M L, in quo stilus, cuius vertex P. Quia ergo terra est ferè nullius quantitatis respectu orbitæ Solis, ergo duo Horizontes F G, & C B insensibiliter distabunt. Siquidem eorum distantia, quàm metitur semidiameter telluris, nullius momenti est comparata cum orbe solari, sed Horizon H K ductus per verticem stili P respectu semidiametri telluris I R insensibiliter distat ab Horizonte sensibili F G; Siquidem longitudo stili comparata cum semidiametro telluris nullius momenti est: ergo etiam distat insensibiliter ab Horizonte vero B C, quarè respectu giri Solis, linea H K transiens per verticem stili se habet, quoad sensum, ac si esset B C, & vertex P, ac si esset in centro I.

THEOR. II. PROPOS. II.

Planum Horologij respectu nostri, & longitudinis stili sensibiliter remouetur à vertice stili.

PRobatur, quia longitudo stili R P est satis sensibilis respectu plani Horologij, siquidem eam talem assumimus; quare, & vmbra, quæ à vertice stili incipit, & in planum cadit sensibili differentia secundùm motum Solis variatur, vt patet; quia cum stili longitudine sensibili determinetur, & mensuretur eius quantitas respectu plani, & stili sensibilis euadit.

THEOR. III. PROPOS. III.

Planum Horolgij sic accipiendum, & putandum, tanquam si esset æquidistans alicui maximo circulo.

PRobarur. Vertex stili ex primo Theor. stat loco centri Mundi, & Horizon H K est idem, ac verus B C, sed planum horologij v.g. Horizontalis ponitur, & collocatur, ac æquidistans horizonti H K in eo horologij genere, qui non est circulus maximus secundùm se; sed non differt sensibiliter à circulo maximo B C, ergo & planum Horologij M L respectu giri Solis erit, ac si nihil distaret à circulo maximo B C, quare eodem pacto se habebit respectu orbis Solis positum in M L, ac in O Q; Idem verò dicas de alijs maximis circulis, v. g. Meridiani, Verticalis, Æquinoctialis, si quando collocatur aliquod horologium illis æquidistans.

THEOR. IV. PROPOS. IV.

Corpus luminosum, corpus opacum, & vmbra proiecta extremum necesse est, quod in eadem superficie sint, vel in eodem plano.

PRobatur. Quia tria puncta in aere assignata dicuntur esse in eadem superficie, vt Lamina 1. f. 2. Pr. h. 4. cum superficies aliqua v. g. tabula planissima illis admota omnia illa tria puncta contingeret; Sed tale est corpus luminosum, opacum, & vmbræ extremum; ergo in eadem superficie sunt. Probatur verò minor; quoniam idem radius vt in fig. C B proueniens à C corpore luminoso transiens per D verticem opaci, & terminans in B extremum vmbræ est linea recta; pro vt experimentum manifestat, cum verò duæ partes lineæ rectæ secundùm longitudinem planum tangunt, omnes contingunt, ergo si superficies, vel aliquod planum triangulare A C B esset admotum duobus punctis vel C D, vel D B contingeret etiam aliud tertium.

THEOR. V. PROPOS. V.

Circuli horarij in Cælo concipiendi sunt tanquam quædam plana rotunda, vel disci superficies, in quibus sit Sol, vertex stili, & vmbræ extremum.

PRobarur ex præcedent. Theor. Nam necesse est, quod Sol, corpus opacum, & extremum vmbræ sint in eodem plano; ergo quando in Horologio solari aliquod punctum assignatur, in quod vmbra cadat, & terminet, necesse est, quod & vertex stili, & Sol in eodem plano reperiantur: vnde circulus horarius concipiendus est tanquam discus quidam imaginarius transiens per centrum Solis, verticem stili, & vmbræ extremum. Quia si istis tribus punctis planum admoueretur, ea contingeret, tanquam verò disci concipiendi sunt, & rotundi; quia Cælum rotundum est.

THEOR. VI. PROPOS. VI.

Circuli horarij, vt circuli maximi censendi sunt.

PRobatur. Nàm transeunt per verticem stili, sed vertex stili, quoad sensum, & existimationem, vt dictum est 1. Theor. stat loco centri mundi, ergo & circulus, qui per illum transit, adeò parum distat ab alio, qui per Mundi centrum transit, vt pro eodem sensum tenùs accipi possit, illi verò circuli maximi in sphœra vocantur, qui per centrum eius transeunt.

THEOR. VII. PROPOS. VII.

Circuli horarum astronomicarum sunt illi qui diuidentes Æquatorem in viginti quatuor partes se intersecant in polis ipsius Æquatoris.

PRobatur. Nàm in figura 3. Lamina 1. sit Meridianus A G D B C, Æquator D R C K, cuius Poli A B. Sitque diuisus in 24. partes æquales, vt essent si circulus prospectiua decortatus non esset, & in ouarum redactus, vt rapræsentetur, qualis ab oculo in altitudine puncti F cerni opus est, Circuli itaque astronomici horarij sunt velut quidam disci in linea A B se intersecantes, & per V L N, & alias diuisiones transeuntes; Circuli verò à C vsque ad K, & ab R vsque ad D non sunt tracti ad confusionem vitandam.

Probatur. Quia horæ astronomicæ incipiunt à media die, & terminant in eam. Ergo circulus extremum horæ 24., & initium primæ est Meridianus; nempe A C B D. Ergo & omnes alij erunt eiusdem rationis: sed Meridianus secat Aequatorem ad angulos rectos, & per eius Polos transit, vt manifestum est ex tract. 1. Sphœræ, ergo omnes alij horarij circuli simili conditione fruentur, & per Aequatorem in punctis I P R K L N rectè transeunt.

THEOR.

THEOR. VIII. PROPOS. VIII.

Lineæ horariæ sunt velut quædam vestigia sectionum, quas disci horarij per planum horologij transeuntes signata relinquunt.

PRobatur. Nam cum concipiantur circuli horarij tanquàm quidam disci rotundi crassitudine carentes, qui Cælum ab vltima superficie terminati diuidunt, se decussantes in centro, consequenter omne planum, quod in Mundo hoc sit collocatum, satis patens, intersecabunt v.g. Lam. 1. fig. 3. Pr. 16. A V B R circulus horæ 6. secabit planum n m Horologij in 6. 6. & A H B P secabit planum Horologij in 5. 5. sic planum circuli horarij A Q B I secabit planum Horologij idem n m in sectione 4. N. & sic de alijs.

Corollarium.

Hinc intelliges solos eos circulos in quolibet Horologio posse describi, qui planum Horologij intersecant; quare omnes illi, qui æquidistant, describi nequaquàm possunt. Ratio est, quia lineæ rectæ, quæ in plano Horologij ducuntur, sunt quædam vestigia sectionum, quas circuli maximi cum Horologio efficiunt; qui verò æquidistant, vt in fig. 3. D K C R plano n m, intersecare nequeunt, vt patet: Intelliges quoque quare lineæ horariæ sint rectæ, quia omnis superficies plana secans aliam planam sectionis vestigium, tanquàm lineam relinquit; ideoque cum lineæ horariæ sint sectiones, quas circuli horarij plani, & sola superficie se extendentes efficiunt, in plano Horologij necessariò in rectas lineas se extendent.

THEOR. IX. PROPOS. IX.

Puncta, quæ in aliqua lineæ non per centrum transeunte, radij imprimunt, dum à centro ad circumferentiam feruntur, semper eadem manent, dummodo radij ijdem maneant, licet circulus non eodem loco existat; sed circa lineam eam extrà centrum positam conuertatur, & alium locum ea conuersione acquirat.

HÆC Propos. quæ per se intellectis terminis euidens est, fundamentum est ad describenda ferè omnia horologia. Dico igitur, quod si sit Lam. 1. f. 4. Pr. 9. h. circulus D R L H, in quo sit linea B G O H, extrà eius centrum, quod est in V, & per centrum V rectæ à circumferentia R L ducantur, quæ sint R O, L G, quod etiam si eleuetur circulus à pagina, & volui putetur circa lineam excentralem B G O H, & acquirere alium locum, vt repræsentat circulus niger B S P G H; faciet tamen eademmet puncta G, & O in linea ipsa B G O H lineæ eædem à circumferentia ductæ S O, G P ab ijsdem punctis P, & S, qui erant R, & L per centrum I transeuntes.

Probatur. Quia triangulum O I G, & O V G sunt æqualia: ergo, & basi basi æqualis, & eadem O G. Quia est idem arcus S P, & R L ex præsuppositio, quare, & anguli ad verticem I, & V erunt æquales. Anguli quoque H O S, & H O R erunt æquales, cum circumferentiæ H C S, & H L R præsupponantur æquales, quare, & interni G O R, & G O S. Ita loquemur de angulis H G L, & H G P. Sunt enim æquales ob æquales ambitus ex præsuppositio H L, & H P. Quamobrem triangulum G O I triangulo G O V erit æquale.

Corollarium.

Extende hanc doctrinam ad plana, etiamsi non sint circularia: nam circuli in illis describi possunt, de quibus idem argumentum verificabitur, quod etiam verum esset si linea transeat per centrum circum quam circulus se voluens locum mutaret, vt esset linea D C, & linea G L, & O R non transirent per centrum, sed alio modo se decussarent, vel etiam parallelè se haberent, quia lineæ voluto circulo intelligantur in superficie immotæ, & linea H B, vel G D immota in ipsa, etiam semper eadem ratione, & in ijsdem punctis secabitur à lineis G L, & O R, vel quibuslibet alijs.

THEOR. X. PROPOS. X.

Stilus refert portionem diametri illius circuli, qui plano Horologij perpendicularis est.

PRobatur. Quia ex prima propos. Apex gerit vices centri Mundi: in plano verò Horologij semper collocatur ad angulos rectos. Quare coincidet cum axe illius circuli, qui plano Horologij horthogonalis existit: Siquidem & axis ille per centrum Mundi transit, cum sit axis circuli maximi. Verum tamen est, quod aliquando stili curui fiunt, & à proprio loco remoti, sed vertex semper est eo loco, & ea distantia à plano, qua esset si existeret in proprio loco horthogonalis; Vnde normali æquiualet.

THEOR. XI. PROPOS. XI.

Omne Horologium inscribendum est infra Horizontem, & infrà Horizontem præsupponendum.

PRobatur. Quia centrum Mundi est illud, cuius vmbra signat horas, cum vertex styli sit loco centri ex propos. 1. sed cum Sol est super Horizontem vmbra cadit in partem auersam: Ergo infra Horizontem. Sed solum tunc Sol signat horas, cum est super Horizontem. Proijciet itaque vmbras infrà ipsum. Quare planum Horologij recipiens vmbras horarum infrà Horizontem erit, & linea ipsæ horariæ infrà ipsum extendentur.

Corollarium.

Collige vltrà lineam Horizontalem nunquàm esse producendas horas: nisi velimus, quod altera pars abscisa, vt in verticalibus Horologijs, declinantibus, & inclinatis euenit, deseruiat pro altera facie; quæ aliud Hemisphærium respicit, siquidem semper debet cadere vmbra in partem auersam Hemisphærij, in qua respectu plani reperitur Sol, vt infrà dicemus, & tunc aliud Hemisphærium Horologium respicit, scilicet nocturnum.

THEOR. XII. PROPOS. XII.

Horologium est instrumentum, quod lineis rectis motum diurnum Solis in 24. partes æquales partitur.

PRobatur. Quia eodem momento, ac extremum vmbræ styli, seu gnomonis tangit aliquam lineam in Horologio, eodem Sol occupat suo centro aliquem ex circulis horarijs; ergo motum Solis in 24. partes æquales diuisum ostendit.

Quomodo autem Sol cum extremum vmbræ lineam sciatericam, vel horologij tangit eodem momento in aliquo ex circulis horarijs existat, patebit infrà.

THEOR. XIII. PROPOS. XIII.

Horologium astronomicum est illud instrumentum, quod suis lineis ab vmbra stili percussis repræsentat Solem, cum aliquem ex circulis horarijs astronomicis tangit.

TRia genera sunt circulorum horariorum, quorum species suis locis declarabimus; sed præcipua, & cæterarum basis est species circulorum astronomicorum: illud ergo instrumentum, in quo taliter lineæ ductæ sunt, quæ cum tanguntur ab extremo vmbræ, tunc Sol in aliquo circulo horarum astronomicarum reperiatur, erit horologium Astronomicum.

THEOR. XIV. PROPOS. XIV.

Multa horologiorum astronomicorum species dantur.

PRobatur. Nam cum dictum sit Theor. 3. planum horologij ab aliquo ex circulis maximis æquidistare: illi, vel erunt præcipui in sphœra, & nominati, vel annonimi, & fortuiti. Si erunt ex nominatis, horologium desumere poterit suum nomen à circulis eis, à quibus æquidistat regulariter, & ordinariè, & sic erit horologium regulare, vel erunt irregulares, & fortuiti, & sic constituent horologia fortuita, & irregularia, de irregularibus infrà.

Nunc regularia, vel æquidistant Horizonti, & sic erunt Horizontalia, vel circulo Verticali, & sic erunt Verticalia, vel Meridiano, & sic erunt Meridionalia, vel Æquatori, & sic erunt Æquinoctialia, vel circulo horæ sextæ astronomicæ, & sic erunt Polaria, de quibus vltimis notabis, quod cæterorum legem non seruant; nam nomen non accipiunt à circulo horæ sextæ, qualis est AKBR in fig. 3. prop. 6. h. sed à Polis, qui in hoc circulo sunt A, & B, cum illi ipso circulo sint celebriores, deseruiatq; pro illis, vt horologium Horizontale, quibus Poli sunt in Horizonte.

EXPENSIO II.

DE HOROLOGIIS ÆQVINOCTIALIBVS.

CVm diximus circulos horarios esse quædam plana, & etiam horologium sit quoddam planum, consequenter, si concipiamus ea plana horaria, seu discos transire per planum horologij, & sic cum eo interserere, illæ intersectiones erunt, quæ rectis lineis horas indicantibus exprimuntur; Ad hoc igitur vt naturam Æquinoctialis horologij indicemus, oportet priùs intersectiones planorum, quæ earum exemplar referant, proponere

THEOR.

THEOR. I. PROPOS. XV.

Si plana quædam inuicem in eadem linea, seu axe intersecentur, & hic axis alteri plano perpendiculariter inexistens, per illud transeat, sectiones, quas efficient plana se inuicem intersecantia, cum hoc plano posteriori eosdem angulos, qua inuicem, includunt.

PRopositio licet difficilis explicatu sit; est tamen facilis captu, si termini soli rectè imaginentur.

Sint plana in fig. 5. velut quadrata papyracea, quæ inuicē se decussent in communi axe XST, qualia sunt LIH, vel DFO, vel AVC, vel MNO, & cætera, velut cuiusdam Molendini patulæ, axisque XST ad angulos rectos insistat alicui plano v. g. nmr, transeatque per illud intersecando in S; similitèr efficient omnia plana, ex quorum intersectione efficitur. Dico, quod hæ omnes intersectiones, quas in assignato altero plano mnr efficiunt, includere eosdem angulos, quos plana inuicem efficiunt, nimirum angulum QSR esse æqualem angulo ITV, vel LXA, licet in fig. non sint æquales, quia plana pro vt ab oculo viderentur, ità rapræsentantur. Sic angulum QSP esse æqualem angulo ITN, vel LXM, & sic de cæteris.

Probatur electis duobus quibuslibet angulis, est enim par ratio cæterorum v. g. QSR, & VTI; dico hos esse æquales. Crus RS est æquale lineæ VT; Sic crus SQ est æquale cruri TI; basis quoq; IV est æqualis basi RQ. Quare ex propos. 8. primi Eucl. triangulum QRS est triangulo VTI æquiangulum, quod autem duo crura SR sit æquale VT, & SQ sit æquale TI sicut, & basis RQ basi VI probatur; nam sunt inter parallelas, & parallelæ. Vnde ex propos. 13. Euc. primi, necessariò sunt æquales. Quod autem sint parallelæ RS Cruri TB, & QS Cruri IT, patet, quia sunt perpēdiculares axi ST ex prosuppositione; Siquidem præsupponimus planum mnr axi esse hortogonale; Sicut & VT, & IT angulum planorum mensurantes axi debent esse normales ex præsuppos.

Præsupponimus quoque marginem VR, & axem ST esse parallelas, sicut & axis idem ST, & margo QI; quamobrèm bases punctatæ RQ, & IV ex 33. Eucl. erunt æquales.

Corollarium.

Hinc inferre licebit, quod si plana se intersecant æqualibus angulis, & ITV sit æqualis ITN, & cæteris, fore quoque angulos à sectionibus in plano mnr effectos æquales omnes ad inuicem, nimirùm RSQ angulo QSP, & cæteris correspondentibus.

THEOR. II. PROPOS. XVI.

Si planum Horologij Æquatori æquidistet, erit axis Mundi, in quo se circuli, & disci Horarij intersecant perpendicularis plano Horologij, & linea horariæ angulos æquales efficientes inuicem se decussabunt, vbi axis secat Horologij planum.

PRobatur. Sit figura 5. Lam. 1. prop. h. in qua mediante arte prospectiuæ circuli horarij rapræsententur, tanquàm si essent quidam annuli plani ex papyro, seu ex lamina ærea confecti; licet enim imaginandi sint, vt disci continui, adhùc tamen, quia vnus visum alterius impediebat, visum est eos tanquam annulos planos, vt per orbem vnius alterius aspectus pateret, rapræsentare, atque depingere. Circuli itaque horarij sunt AKBR, circulus horæ sextæ AHBP, sequens quintæ, AQBI quartæ, & sic alij. Meridianus verò ACBG; Horizon GKRMN, Aequinoctialis RDKC, cui æquidistat planum Horologij mnr. Dico primo. Axem Mundi AB, in quo omnes circuli se decussant in A, & B huic plano esse perpendicularem, patet; quia axis Mundi est perpendicularis Aequatori, cui planum est parallelum, ergo etiam est perpendicularis ipsi plano æquidistanti.

Secundo dico. Horarios circulos, cum plano Horologij se intersecantes, vbi signati sunt numeri horarum 6, 5, 4, 3. & cæt. facere inuicem angulos æquales, licet in figura ob prospectum tales non sint. Probatur ex antecedenti Corollario. Nam horæ astronomicæ inuicem æqualibus angulis, cum omnes quindecim gradus Aequatoris intercipiant, dissident. Sed ex prop. 15. cum plana in axe perpendiculari alicui alteri plano se intersecant eosdem angulos se secando cum eo efficiunt. Ergo etiam tales efficient horarij disci cum plano Horologij, cui AB axis perpendicularis est, & in quo se inuicem intersecant.

Corollarium.

Hinc elicitur, quod si YO in fig. 16. ponatur stylus, qui est loco axis, & plano nm normalis, existente Sole in Aequinoctiali in P, vel

P, vel extrà in X, vel Z in aliquo ex circulis horarijs A P B H horæ quintæ, vel quibuslibet alijs necessario proijciet vmbram in lineam Y S horæ quintæ. Quia stylus O Y, vel eius extremum O, linea Y S, & Sol vel in P, vel in X, vel in Z sunt in eodem plano A P B H circulo horæ quintæ, vt ostendimus per 1. huius.

PROBL. I. PROPOS. XXVII.

Horologium Æquinoctiale Astronomicum delineare.

Fiat circulus A D B C Lam. 1. fi. 6. Prop. h. diuidaturque in 24. æquales partes, & à centro ad circumferentiæ diuisiones singulas rectæ ducantur, eruntque lineæ horariæ, quas appositis numeris distingues: Deinde in centro erigatur stylus datæ longitudinis cuiusuis. Eritque confectum Horologium Aequinoctiale.

Prob. Nam iam demonstrauimus in Horologijs Aequinoctialibus lineas à centro proficisci includentes angulos æquales, & quod stylus in centro locatus conueniat cum axe Mundi, & quod vmbra eius horam illam demonstret, in cuius circulo Sol existit, vt ostendi prop. 16., & Coroll.

PROB. II. PROP. XVIII.

Horologium Astronomicum Aequinoctiale collocare.

NAM vel Horologium debet deseruire pro illis, qui sunt sub Aequinoctiali, vel pro ijs, qui in sphœra obliqua versantur.

Si pro ijs, qui sub Aequinoctiali habitant, Horologium erit verticale. Nam illis Aequinoctialis est idem, ac circulus Verticalis, cum per eorum verticem, & Zenit transeat, & quia illi per totum annum 12. horas singulis diebus perpetuò numerant sufficiet medietas Horologij, nempe A B D, si ita libuerit, quæ respiciet Austrum, alia respiciet Aquilonem, cuius linea Meridiana collocabitur normalis Horizonti, nempè parallela filo, à quo plumbum dependeat omninò quiescens. Quià enim vmbræ in eà regione transeunt à dextris in sinistras, & murus illuminatus ad Boream proijciebat vmbram in Austrum, dum Sol in portione Eclipticæ Boreali versabatur; Deinde cum semicirculum Australe percurrit, illuminatur pars muri Australis; & vmbra in Boream vergit, hinc pars Horologij respiciens Austrum collocabitur inuerso modo, ac quæ respicit Aquilonem erit, nempè ita quod pars dextra in sinistram transeat.

Si verò sit collocandum ea in regione, vbi Polus Mundi in vertice est, & consequenter Æquinoctialis circulus obit etiam vices Horizontis, Horologium erit Horizontale; Vnde integrum erit collocandum in plano Horizontis, & æquidistanter Horizonti adhibita libella eo modo, quo planities aliqua, & pauimentum structores domorum conficiunt, & sternunt. Si verò sit collocandum in sphœra obliqua, quà nos degimus, tunc linea Horizontalis in eo inscribenda erit: Nam in sphœrâ rectâ lineâ B D horæ sextæ est eadem ac Horizontalis, vt vides fig. pr. 16. Lam. 1. Siquidem A Polus est vbi G, & circulus A K B R pro Horizonte deseruit, in Sphœra verò cui in vertice est Polus Mundi, planum Horologij æquidistat Horizonti, cum Aequinoctialis sit idem, ac Horizon; quare ex Coroll. Propos. 8. describi nequit. At in Sphœra obliquâ planum Horologij secat Horizontem satis remotè à linea horæ sextæ, vt vides in fig. pr. 16. Nam linea horæ sextæ est 6, 6. at Horizon secat planum Horologij in M N.

Oportebit itaque triangulum Gnomonicum constituere, de quo hic obiter.

Fiat quadrans A B G in fig. propos. 17., sitque in eo signata altitudo Æquatoris G E, traharurque à centro B ad circumferentiam A E C, linea B E, in qua assumatur longitudo styli B H, & à puncto H styli termino excitetur perpendicularis lineæ B E, quæ sit A O. Nam linea A H in hac fig. erit distantia Y L in 3. fig. quàm habet centrum Horologij ab intersectione Æquatoris cum plano Horologij M N; quare assumpta distantia H A transferemus in Horologio ab F vsque ad K, ducemusq; parallelam Z X, quæ erit linea Horizontalis, ipsi B D lineæ horæ 6. Vnde pro Horologio Australi resecata parte Z A X, reliquum Z C X pro Horologio respiciente Boream deseruiet. Cum verò hæc linea Z X sit parallela lineæ horæ sextæ B D, infrà videbimus in sequenti expensione.

Collocabitur autem Horologium tali modo, vt Z X Horizontali adhibita libella æquidistet, & C K super lineam Meridianam sit, tali tamen modo, vt C ipsam tangat; Punctum K verò tantùm eleuetur à plano Horizontali, donec consequatur altitudinem Aequatoris, nempe cum angulum faciat cum plano Horizontali, & tot gradus intercipiantur, quot inter Horizontem, & Aequinoctialem, vt est D G in fig. 3.

pr.

pr. 16. hæc verò facies debet Boream respicere. In ea verò quæ respicit Meridiem, eodem modo collocabitur pars Z A X; ita tamen vt punctum A sit inferius; K verò superius, & stylus adhuc, vt in puncto F, per quod eadem distantia distet à puncto K, sed pars dextra fit sinistra, deseruit enim pro ea parte plani Horologij, quæ super Horizontem extat in fig. 3. pr. 16. est pars N n M.

EXPENSIO III.

DE HOROLOGIIS POLARIBUS MERIDIANIS.

Plana, discique horarij alio pacto intersecant planum Horologij Polaris, & Meridiani, ac Aequinoctialis; ideoque vt sectiones, quas hæc plana inuicem designant, exprimamus, sit

THEOR. I. PROPOS. XVII.

Si dentur plana se mutuò interfecantia ad angulos aquales, & aliquod aliud planum, quod eorum communi axi, & interfectioni æquidistet, ab eis secetur, sectiones illæ designabunt in hoc posteriori plano lineas rectas, & parallelas, quæ semper magis distabunt, quo magis à perpendiculari elongabuntur.

SI propositio est aliquatenùs obscura, figura eam clarissimam reddet, sint quadrata plana Lam. I. fig. 7. Prop. h. K B C, & D I H, & cæt. quæ se intersecent cum plano M N F, sitque eorum communis sectio, seu axis X T; cui æquidistet aliud planum m n r t; ita quod sit tanta distantia ab axe in puncto b, quam in puncto d.

Dico primò omnes Sectiones fore parallelas d b fore parallelam f g, & e u, & sic de alijs.

Probatur. Nam planum t m r n præsupponitur æquidistans axi X T. Quamobrem sectiones t g, & b d, & e u, & cær. erunt ipsi axi parallelæ, alioquin si non essent tales, pars sectionum proximior, si planum extenderetur, semper magis ad axem accederet; quapropter tandem axi copularentur; Quadere, & planum r t m n in axem incurret contra præsuppositum; cum illa esset eius sectio, quæ sine plano, in quo est concipi nequeat. Cum itaque sectiones f g, & d b &, e u, & cæt. plani r t m n sint axi parallelæ; Ergo ex prop. 33. Tract. 4. Eucl. nostri, & inter se erunt parallelæ.

Dico secundò, quod si plana intersecantia angulis æqualibus intersecantur, quod quò magis sectiones remotiùs à perpendiculari fient, eò fore inuicem distantiores.

Probatur. Nam si duo triangula habeant æqualem angulum, sed non æqualia latera, lateraque vnius sint maiora lateribus alterius; basim quoque maiorem habebunt ex prop. 22. Tract. 4. Euc nostri. Cum itaque quæ ab aliquo puncto ad rectam aliquam plures rectæ ducuntur, minima sit perpendicularis, reliquæ verò semper maiores, quo à perpendiculari sunt distantiores ex Cor. prop. 19. lib. 1. Euc. sequitur, vt crura à puncto T educta, licet eundem angulum comprehendant esse maiora, quæ remotiora à perpendiculari b T ducuntur. Vnde maius erit crus u T, & h T, quam b T, & u T simul sumptas; quarè & basis æquali angulo correspondens u h erit maior, quam u b, & sic de alijs.

THEOR. II. PROPOS. XVIII.

Si planum horologij axi Mundi æquidistet, & sit rectangulum Meridiano, à circulis horarijs sectiones impressæ in eo, erunt parallelæ, & distantiores illæ, quæ à linea meridiana magis remouentur.

VIdeatur figura 8. in Lamina 1. pr. h. in qua F G B C Meridianus, D K P R Æquinoctialis, Horizon G K C R, pars Orientalis K, Occidentalis R, centrum Mundi Y, Axis A B, & circulus horæ sextæ A K B R; à quo & ab axe A B æquidister planum Horologij m n t.

Dico primò sectiones impressas fore parallelas, quod ostenditur ex prop. 18. h. Siquidem loquimur de Plano m n t Horologij Polaris, qui ab axe Mundi æquidistat, in quo disci horarij intersecantur, sed omni in plano ex ant. Theor. Quod axi aliquorum circulorum se intersecantium in axe æquidistat, imprimuntur sectiones parallelæ; Ergo etiam in isto m n t. Quamobrem linea horæ 5. 4. 3. &c. erunt parallelæ.

Dico secundò. Quo magis elonguntur à linea Meridiana, eo magis distare. Probaturque, nam linea Meridiana P I, sicut & Meridianus ipse F G B C est illi perpendicularis ex præsupposito.

Sed sectiones parallelæ in Plano ab axe æquidistante ex præced. propos. 18. quo magis à perpendiculari distant, eo magis remouentur. Ergo etiam sectiones istæ, quas disci horarij in Plano m n t Horologij Polaris imprimunt. Hinc autem sequitur, quod si Sol sit in Aequatore in X, vel extrà in

in E quod semper in sectionem horæ 5. vmbram projiciet, quod tunc in eodem Plano circuli horarij sit Sol, centrum Mundi, & apex styli Y, & sectio horæ 5. quod sit sectio eiusdem circuli horæ quintæ, & sic de alijs, siue Sol sit Aequatori Australis, siue Borealis.

Collige in hoc Horologiorum genere, sicut & in præcedenti lineam Horizontalem, & Aequatoris æquidistare, ratio eadem est; quia planum hoc, sicut & præcedens, sitamen in sphœra obliqua sit collocandum, situantur paralleli, & æquidistantes axi R K in 8. fig. in qua Horizon G K C R, & Aequator D K P R, & circulus horæ sextæ A K R B se intersecant. Vnde cum planum sciatericum æquidistet axi eorum circulorum R K, ipsas quoq; sectiones T H I V æquinoctialis, Q O Horizontis in Plano eo impressas ex dictis æquidistare necesse est, quod & verificatur de Horologio Verticali, & Horizontali, de quibus infrà.

PROB. I. PROPOS. XX.

Horologium Polare delineare.

IN hac nona figura Pr. h Lamina 1. trahatur linea T V, quæ exprimat sectionem Aequinoctialis, eique horthogonalis A B, quæ sectionem Meridiani demonstrat; & siquidem fig. 5. ex pr. 15. constat hos duos circulos, vt potè sectos à Plano Horologij rectangulè, communi eorum axi D P imprimere in eo eosdem angulos, quos inuicem habent, qui sunt recti.

Quibus peractis debebunt, vt in fig. 8. Pr. 19. inueniri puncta, in quæ radij X Y, & Z Y, & cæt. qui à partibus, & punctis horarijs Aequatoris discedunt; & in Aequinoctialem lineam T V feruntur, & eam inæqualiter partiuntur, quale est inter alios punctum H impressum à radio Z Y H, quod, vt fiat reminiscendum est id quod supra diximus Theor. 9. pr. 9. Nimirum radios in aliqua excentrali, puncta eadem signare, si maneat eadem excentralis distantia à centro, licet circulus circa lineam excentralem voluatur. Quamobrem licet in Cælo, vt in fig. 8. Lam. 1. Aequator R P K D angulos rectos efficiat, & sit perpendicularis Plano Horologij, vtpotè perpendicularis circulo horæ sextæ A K B R, vt 8. figura exprimit. Adhuc tamen si voluatur circà sectionem T V, donec extendatur, & sit in Plano Horologij mnt eadem puncta H imprimet in linea T V æquinoctiali, vt priùs faciebat in suo situ. Quare pagina depingatur eodem modo, nempè quod centrum Y habeat eandem distantiam normalem Y I à T V, vt distantia plani Horologij à Mundi centro reposcit. Igitur electa longitudine styli ad placitum tanta erit distantia centri Horologij à centro Mundi in perpendiculari A B. Quare in hac figura 9. à puncto C mensurata longitudine styli, seu suprà, seu infrà, vt in B circulus cuiuscunque magnitudinis describatur, qui exprimet Aequatorem, licet non in proprio situ, sed solùm in eadem distantia sui centri à sectione æquinoctiali V T. Diuidatur itaque hic circulus in 24. partes æquales initio facto à Meridiana sectione A B per quæ puncta diuisionum agantur radij punctati B 7, B 8, & cæt.

Deinde per singula puncta 7. 8. 9. & cæt. agantur parallelæ lineæ Meridianæ, & deletis punctatis omnibus erit factum Horologium, quod tamen curuis terminandum est, vt vides, de quibus infrà Trac. 2. cum de parallelis Solis in Horologio inscribendis, tractabimus.

Stylus verò, cùm ex 10. propos. expeo. 1. sit portio axis Æquinoctialis, qui est horthogonalis Horologij plano erigetur ad angulos rectos in puncto C in decussatione Meridianæ A B, & Aequinoctialis V T.

PROB. II. PROPOS. XXI.

Horologium Polare collocare.

VEL collocandum est in sphæra recta, & tunc, cum Poli Mundi sint in Horizonte circulus Aequinoctialis idem ac verticalis, circulus horæ sextæ A K B R in 8. fig. erit Horizon, quare collocabitur æquidistanter Horizonti, ita tamen vt punctum A, vel B Polum alterũ respiciat, & Meridiana A B sub Meridiano existat. At si sit collocandum in sphæra, cui Polus vertici imminet, erit Verticale Horologium, deseruietque idem, & integrum pro facie muri, quæ respicit Austrum, & rursùs pro ea, quæ respicit Aquilonem, si replicetur. Linea verò Aequinoctialis collocabitur æquidistanter Horizonti, & Meridiana perpendicularis.

Si verò in sphœra obliqua, tunc opus erit priùs signare in eo lineam Horizontalem, si ita libuerit, quod vt fiat oportebit reperire in fig. 8. pr. 19. L Y I, ad hoc vt habeamus distantiam I L, quam linea Horizontalis Q O habet à sibi parallela Aequinoctiali T V. Cùm ergo habeamus longitudinem styli, nimirum distantiam Y I, & totum angulum P Y C æqualis angulo L Y I, & sibi ad verticem, nempè altitudinem Aequatoris, idem

ac

ac complementum altitudinis Poli, quod ex tabulis, vel modo quo in obseruationibus docuimus, erit inueniendum, poterimus inuenire distantiam puncti, per quod transit linea Horizontalis, à puncto C, per quod transit linea Aequinoctialis.

In quadrante B D F, vel in alio quocunque; mensurata altitudine Aequatoris D O ducatur linea B O, & sumpta longitudine styli C B transferatur in lineam B O à B vsque ad H, ducta enim perpendicularis D F dabit distantiam D H. Nimirùm in figura 8. L I puncti, per quod transit Horizontalis Q O à puncto I per quod transit sectio Aequinoctialis T V. Quare si D H in Horologio transferatur à C in S, & per punctum S ducatur parallela M N, illa erit linea Horizontalis.

Collocabitur autem super lineam Meridianam ei ad eandem eleuationem, quàm habet Polus regionis, ita quod planum Horologij ad alteram, quàm libuerit partem tantum à plano Horizontali eleuetur, quantùm est eleuatio Poli, & tamen linea Meridiana Horologij lineæ Meridianæ regionis sit in eodem plano.

EXPENSIO IIII.

DE HOROLOGIIS MERIDIONALIBUS.

Facilis euadit hæc Expensio, cum Meridionalia, tùm ratione, tum situ linearum horarum parùm differant à Polaribus.

THEOR. I. PROPOS. XXII.

Si planum Horologij axi Mundi, & Meridiano circulo æquidistet, sectiones impressa in eo à circulis horarijs erunt parallelæ, & distantiores illa, quæ à sectione horæ sextæ magis remouentur.

Consideretur figura 10. Lam. 1. in qua Meridianus F G B C, Horizon G K R, Æquinoctialis D K C, pars Orientalis K, Occidentalis R. Sitque planum Horologij m n r t vltrà Meridianum versùs Occidentem, & parallelè se habeat ad Meridianum, parallelè se quoque habebit ad axem Mundi A B, cuius Poli sunt in Meridiano.

Dico itaque primò horarum sectiones in hoc Horologio fore parallelas, quòd probatur ex pr. 18. Nam æquidistat eius planum axi Mundi A B, in quo omnes circuli horarij se intersecant.

Dico secundò has parallelas in Horologio esse distantiores, quo magis elonganrur à circulo horæ sextæ. Nam circulus horæ sextæ A K B est perpendicularis Meridiano; Ergo erit etiàm perpendicularis plano Horologij, quod Meridiano æquidistat; Quare linea K I, eius Diameter erit perpendicularis eidem. Ergo secundùm doctrinam pr. 18. lineæ parallelæ, sectionesque aliorum circulorum horariorum, quò magis à sectione horæ sextæ elongabuntur, eò magis distabunt; nempè 4. & 5. magis, quàm 5. & 6. & illis 3. & 4. & cæt.

THEOR. II. PROPOS. XXIII.

Linea Horizontalis in hoc Horologio non æquidistat Æquinoctiali, sed eam secat secundùm eundem angulum, quem circulus Æquinoctialis facit cum Horizonte.

Probatur ex pr. 14. Axis R I K, in quo se secànt Æquinoctialis D K C, & R G K Horizon, est perpendicularis Meridiano A C B D, & consequentèr plano Horologij, cui æquidistat, ergo imprimet eosdem angulos sectiones facientes, quos ipse disci Aequatoris, & Horizontis efficiunt.

Corollarium.

Hinc manifestatur, quòd si Sol sit in Aequatore in V, aut Borealis in Q, seu Meridionalis in X u g in circulo horæ 4. semper vmbra à centro, & vertice styli procedens in H 4 lineam horæ quartæ terminabit, seu suprà, seu infrà, siue in ipsa linea Aequinoctiali I H, quia sectio H 4. fit à plano, & disco A V B, cuius superficies ibi transit; vndè verificabitur propos. 1. huius, quod Sol, vertex styli, & extremum lineæ erunt in eodem plano.

PROB. I. PROPOS. XXIIII.

Horologium Meridionale delineare.

Duplicem partem hoc Horologium possidet, aliam, quæ respicit Orientem, alteram, quæ intuetur Occidentem secundùm geminos aspectus anteriorem, & posteriorem, quos paries habere potest; sed tamen ambo eodem labore delineantur, cùm vnum veluti sit complementum alterius.

Ducatur primò A B Lam. 2., quæ repræsentet sectionem Horizontis, quę in Lam. 1. fig. 10. est r I, deinde cẽtro quolibet puncto

C ducatur portio circuli D B ęqualis altitudini Aequatoris; Ducaturque linea D E, quę repræsentet Aequatoris sectionem, quæ in 10. figura est I S, cui ducatur perpendicularis H L, quæ sectionem horæ sextæ exprimat, qualis est in fig. 10. I 6. Ab intersectione verò Aequatoris cum Horizonte C assumatur C H æqualis stylo, qui assumitur ad beneplacitũ, & centro H ducatur circulus, qui erit Aequator, qui licet papyro horthogonalis non sit; sed iaceat in eodem plano, adhuc tamen, quia distat eius centrum quantum planum Horologij distat à vertice styli imprimit eadem puncta, quæ imprimeret si esset proprio situ rectus ad planum Horologij, ex propos. 9. huius, qui diuisus in 24. partes incipiendo à linea L H per puncta 24. diuisionum ductis rectis à centro ad Aequinoctialem E D exhibebit in eâ sectione E D puncta 1, 2, 3, & cæt. eadem quæ signaret, si Aequator, nempe circulus punctatus esset super papyrum erectus ad angulos rectos.

Diuiso igitur circulo punctato vt dixi in partes 24. incipiendo à lineâ horæ sextæ L, & per diuisiones ductis punctatis, vbi terminant in Aequinoctiali E D ducantur parallelæ, quibus appositis numeris vt vides, si Horologium spectaturum sit Occidentem à 6., vel L H decrescẽdo vsq; ad 1., & si Orientem à 6., vel L H crescendo vsq; ad 11., & sic deletis punctatis, quæ ex lapide nigro, ad hoc, vt deleri possint ducentur, erit completũ Horologium, porrò lineæ curuæ, quibus terminatur exprimunt parallelos Solis, de quibus agemus infrà. Pars verò quæ tota extat super lineam Horizontalem deseruiet si inuertatur, vt respiciat deorsum versùs boream pro facie altera Horologij, siquidẽ omnino similes sunt, & æquales; quia vt patet ex 10. fig. circuli horarij eodem modo distant ab hora sexta, tam versùs Occidentem, quam versùs Orientem.

Stylus verò longitudinis C H ad angulos rectos collocabitur in C. Eritque in hoc Horologio eius longitudo pars diametri horæ sextæ, & Aequinoctialis intercepta inter centrum Mundi, & planum Horologij.

Quæres, cur in hoc Horologio linea Meridiana non inscribatur. Respondetur id euenire, quia æquidistat hoc planum Meridiano; quarè ab eo secari nequit; lineæ verò horariæ sunt vestigia sectionum circulorum horariorum, vt ex prima Expensione patet.

PROB. IIII. PROPOS. XXV.

Horologium Meridionale collocare.

FAcilis est huius Horologij collocatio. Nam planities Horologij collocabitur parallela lineæ Meridianæ, quod Meridiano sit horologium æquidistans, & A B linea Horizontalis parallela Horizonti adhibita libella curando, vt nec minimum quidem altera pars v. g. A magis appropinquet Horizonti, quam B, linea verò E C æquinoctialis ad extremum E seu horologium spectet Orientem, seu Occidentem, semper verget in Boream, quia versùs eam partem sicut ipsa est sub linea Horizontali A B, ita quoque sub Horizonte deprimitur Aequator in nostris regionibus.

EXPENSIO V.

DE HOROLOGIIS VERTICALIBVS, ET HORIZONTALIBVS.

SEctiones alias circuli horarij in planis Verticalibus, seu Horizontalibus delineant ab ijs, quæ aut horologijs Polaribus, vel Meridianis, aut Horologijs Aequinoctialibus conueniunt; ad quas exprimendas, sit

THEOR. I. PROPOS. XXVI.

Si plura plana se inuicem intersecent ad angulos inuicem æquales, quorum communem intersectionem, seu axem secet aliud planum obliquè hæc sequuntur.

PRimò inter illa se inuicem secantia illud summam plani obliqui secantis inclinationem mensurabit, quod erit normale plano prædicto obliquè secanti.

Secundò, quod plana intersecantia se inuicem ad planum inclinationem mensuranti rectangulum eandem inclinationem obliquè secans habebit, ac habet axi ipsi.

Tertiò, quod aliud planum rectangulè secans eundem axem, seu planorum prædictam communem sectionem obuiabit productum planum obliquè secans, illudque tandem secabit.

Quartò, quod sectiones à planis se intersecantibus impressæ in plano obliquè secante, & in plano rectangulè secante conuenient in puncto, & communi amborum sectione planorum obliquè, & rectangulè secantis excepta vna.

Quintò,

Quintò, quod sectiones à planis se inuicem intersecantibus impressę in plano obliquè secanti ab vno puncto se dilatabunt, nec claudent angulos æquales, ac plana eas imprimentia, sed minores anguli erunt, quam æquales excepto vno.

Probatur, & explicatur prima pars, sint plana in Lam. 1. Fig. 12. se intersecantia HTF, & LAB, & KDC, & GOY ad angulos æquales TIA, AID, & cæt. Aliudque planum mnrt secet horum communem sectionem, seu axem MI obliquè; cadat autem LAB planum super obliquè secans mnrt rectangulè. Dico primò, quòd hoc summam plani obliqui secantis inclinationem, seu obliquitatem mensurabit angulo IMB. Quod probatur, nam IMB est minimus, qui possit esse inter planum obliquè secans, & axem; siquidem ducta IB, & IC, normalibus axi, erit trianguli MIC angulus apud M maius angulo trianguli MIB, ob maiorem basem IC, quàm BI, quæ in plano LAB normali breuior est, quã IC, in plano KDC non normali, quandòquidem IB cadens in CB lineam sibi normalem, sit breuior, quam GI à puncto ipso I cadens, ex Coroll. prop. 14. Euc.

Quamobrem si triangula MIB, & MIC in eodem plano essent, bases quidem ob angulos rectos apud I, nimirùm IB, & IC in vnam lineam conuenirent, sed longior esset CI, ideoque includeret angulum maiorem IMC, quàm IMB.

Dico secundò, quòd ad planum GIO rectangulum plano LAB inclinationem mensuranti obliquè secans mnrt habet eandem inclinationem, ac axi. Prob. Quia si cadat planum GOC rectangulum plano obliquo mnrt faciet angulum OGC æqualem angulo IMB ob parallelas MI, & GO, & rursus MB, & GC ex prop. 14. Tr. 22. Eucl. nostri, cum plana GOC, & MIB sint parallela, vt potè horthogonalia eidem plano mnrt.

Dico tertiò, quod si planum DC rectangulè secet axem MI, quod secabit tandem obliquè secantem mnrt, v. g. in CF, quia in sectiones MB, & IB, vel MC, & IC incidens MI axis non facit angulos internos duobus rectis æquales ex præsupposito, cum vnus rectus, alter acutus sit, ergo conuenient in B, vel C, quare & plana à quibus fiunt, ergo planum TDCF rectangulum, & mnrt obliquum se secabunt.

Dico quartò, quod sectiones MC conuenient cum CI, & MB cum IB, & MF cum IF, illæ in plano obliquo mnrt, cum istis in recto TOCF. Quod patet. Nàm plana conueniunt; ergo & lineæ debebunt conuenire in eo puncto v. g. in C, in quo ab eodem plano MIC eas imprimente vtrumque planum rectum, & obliquum secatur; sed quia nõ secatur vtrumq; planum CTDF rectum axi, & mnrt obliquum eidem; à plano GMOI obliquè, sed rectangulè, ideo in communi sectione CF, eius sectiones GM, & OI, cum sint ei sectioni CF parallelæ, non conuenient in ipsa sectione CF, ideo eas nempè GM, & OI in propositione excipio.

Dico quintò, quod omnes anguli in plano obliquo mnrt à sectionibus inclusi, quæ conueniunt in M erunt minores, quàm æquales eis, qui sunt in plano TDCF, v. g. erit minor CMB angulo CIB. Quia recta MB semper erit maior, vt opposita angulo recto apud I, quam BI opposita angulo acuto in triangulo MIB. Ita dicas de MC maiori, quàm CI. Cùm ergo in triangulo MCB angulus apud M claudatur maioribus lateribus, quam angulus CIB, & habeat eandem basim CB, erit minor angulo CIB ex propos. 21. Eucl. nostri Tract. 4. Excipitur tamen angulus GMC factus à sectione GM normali axi, & plano inclinationem mensuranti, & ab vltima MC incidente in CF planorum obliqui., & recti communẽ sectionem. Nam cum omnes reliqui sint minores à CM vsq; ad MB, oportet hunc maiorem esse angulo OIC, qui ponitur æqualis cæteris CIB, & BIF, & cæt. cum tota quantitas partita sit æqualis, vt potè angulus rectus, nimirum GMB in plano obliquè secante, & OIB in plano rectè secante.

Nota ex. pr. 14. omnes angulos OIC, & CIB, & cæt. in plano recto ad axem esse æquales, vt sunt inuicem; quod perpendiculares axi MI contineat ex constructione CI, & IB ipsi, sicut & perpendiculares FI, & IB.

THEOR. II. PROPOS. XXVII.

Si planum Horologij secet axem Mundi obliquè lineæ horariæ in eo in centrum conuenient, sed anguli ad centrum non erunt inuicem æquales, minoresque erunt angulis horarijs excepto angulo apud horam sextam.

SIT primò planum Horologij verticalis mn, Meridionalis fig. 13. Borealis fig. 14. Horizontalis fig. 15. Lam. 2. qui secet axem Mundi AB in r, Meridianus verò sit GBHF, Æquator DKCR, Horizon GKHR. Circulus horæ sextæ ARB, sicut & cæteri, vt expressi sunt.

Dico primò horas confluxuras in cen-

 trum

trum r. Probatur ex præc. prop. Quia Plana circulorum horariorum se intersecant in axe Mundi. Quare in planum Horologij secans axem Mundi obliquè, imprimentur sectiones in centrum r vbi infigitur axis A B conuenientes.

Probatur secundò eâdem ratione quòd anguli ad centrum r in simili Horologio linearum horarum non sint æquales, sed minores, quam horarij ex præc. Theor. & pr. 26. Quia axis Mundi à plano Horologij verticalis, seu Horizontalis non secatur ad angulos rectos. Vndè ex præced. Theor. necessariò anguli tales erunt; quòd autem planum Horologij verticalis non secet axem Mundi ad angulos rectos. Probatur, quia est rectum ad Horizontem; Horizon autem in sphęra obliqua nō secat axē Mundi ad angulos æquales, vt notum est, Horizontalis quoque ei æquidistat, vndè nec eius planum secat axem Mundi rectangulè; sed, vt Horizon obliquè.

Probatur tertiò; Quod lineæ æquales angulos continentes, cum istis inæqualibus in plano Horologij impressis conspirent, quia superficies, & planities ab angulis æqualibus, quos circuli horarij efficiunt intercepta est Æquator.

Quare ex præc. Theor. & pr. 26. in sectionem Æquatoris anguli inæquales in plano Horologij à circulis horarijs delineati, conueniunt cum æqualibus angulis Æquatoris, vt expressum vides fig. 13. 14. & 15. Lam. 2. in plano m n in linea VI Æquatoris sectione. Collige quod si Sol sit in aliquo ex circulis horarijs, vel in Æquatore X, vel ad Boream in Z, vel ad Austrum in Y erit in eodem plano, ac vertex styli, & sectio horæ quartæ 4. r; quia planum circuli horarij horæ quartæ, in qua est Sol, transit per centrum Mundi, quod coincidit cum vertice styli, & per suammet sectionem.

THEOR. II. PROPOS. XXVIII.

Sectio horæ sextæ, Horizontis, & Æquinoctialis sunt parallelæ in plano Verticali.

PRobatur ex prop. 18. Nam planum hoc æquidistat axi, in quo isti circuli horarij se intersecant, vt in fig. 13. axis K R est, a quo planum Horologij m n æquidistat, & in quo A K B R circulus horę sextę G K H R Horizon, & D K C R Æquator se intersecant. Eadem quoque ratione in Horizontali linea horæ sextę, Æquinoctialis, & Verticalis sunt parallelæ.

THEOR. III. PROPOS. XXIX.

Diameter Æquatoris, & axis Mundi cum linea Meridiana in plano Horologij triangulum efficiunt rectangulum, cuius angulus in geminos angulos bipartitur ab Horizonte, quorum vnus æqualis est altitudini Poli, alius altitudini Æquatoris.

PRobatur, quod hoc triangulum à diametro Æquatoris a Meridiana, axeque Mundi efficiatur. Nam cum axis Mundi in fig. 13. 14. & 15. Lam. 2., & diameter Æquatoris secent planum Horologij, conueniantque in centro Mundi ad angulos rectos, necesse est, vt portiones interceptæ triangulum efforment, quale est r I O. Quia verò diameter Æquatoris D C, & axis Mundi A B sunt in plano Meridiani, ideo linea Meridiana huius trianguli r I O erit basis.

Quod verò in geminos angulos bipartiatur, patet; quia sectione O G Horizon intermediat inter Æquatoris partem Borealem, & polū in plano Verticali. In Horizontali verò sectio Verticalis idem munus obit, vt in fig. 15. in triangulo I O r.

Ergo angulum eorum rectum in geminos angulos diuidunt. Quod verò vnus sit æqualis altitudini Poli, alter altitudini Æquatoris patet. Quia angulus D O G est æqualis angulo H O C altitudinis Æquatoris, & angulus G O A est angulus ipsius altitudinis Poli.

Corollarium.

Hinc deduces in istis generibus Horologiorum Verticalium, & Horizontalium esse necessarium hoc triangulum, quia data longitudine styli, quæ est portio diametri Horizontis G H inter O centrum Mundi, & planum Horologij intercepta. At Horizontali portio diametri Verticalis idem pręstat, deinde oportet scire I O portionem Æquatoris, quæ intercipitur inter planum Horologij, & centrum Mundi, seu verticem styli, simulque centrum horologij r, quod data longitudine styli, & angulo, vel altitudinis Poli, vel Æquatoris exhibet triangulum r O I. In Polaribus verò Meridianis, & Æquinoctialibus Horologijs ipse stylus erit portio Aequatoris, vnde tantum hoc triangulum erit vtile ad inquirendam lineam Horizontalem in Polaribus, & Aequinoctialibus.

PROB.

PROB. I. PROP. XXX.

Horologium Horizontale delineare.

DVcantur rectæ, vt eſt videre in fig. 17. Lam. 2. ad angulos rectos A B, & C D, hæcque ſit ſectio Æquinoctialis, A B verò Meridiani; Cum enim iſti circuli ſe rectangulè ſecent, palàm eſt ex Coroll. pr. 14. etiã ſectiones eorum ad angulos rectos ſe ſecare, & vbi ſe decuſſant in 12. fiat portio circuli punctati K F V, quæ exprimat Meridianum, in quo ſumatur altitudo Æquatoris ab V vſque ad F, licet enim Meridianus ſit perpendicularis plano Horologij Horizontalis, quod ſit perpendicularis Horizonti, cui æquidiſtat, & conſequentèr etiam quadrans K F V deberet eſſe perpendiculares papyro, non in eodem plano vt pingitur, oportet tamen reminiſci propoſ. 9. hu. Nam quoquo ſitu ad planum ſe habeat, ſemper ea, quæ quærimus, puncta in linea B A ſignabit, vt ibi diximus, & patet, ſi in fig. 15. triangulum I O r concipiatur reclinatum ſuper planum m n. Igitur ſignato puncto F in hac fig. à puncto V numeratis grad. fiat angulus V 12. F æqualis altitudini Æquatoris, quem in fig. 15. exprimit angulus internus r I O, ducaturque à puncto, & centro 12. linea 12. F, quæ erit portio Diametri Aequatoris. Deinde ex aliquo puncto ad placitum ſumpto proximiùs, vel remotiùs à centro 12. ſecundùm quod deſideras maiorem, vel minorem ſtylum duces lineæ Meridianæ A B ad angulos rectos lineam O H, & vbi ſecat 12. F, in H, ibi excitetur perpendicularis H A versùs A, & vbi ſecat Meridianam B A in A erit centrum Horologij, quod in fig. 15. eſt r. Factumque erit triangulum Gnomonicum 12. H A, quod in fig. 15. huius expenſ. eſt I O r, in quo portio intercepta Diametri Aequatoris inter planum Horologij, & verticem ſtyli, ſeu centrum Mundi erit 12. H eiuſdem rationis, ac in fig. 15. eſt I O. At O H portio Diametri verticalis, atque ideo longitudo ſtyli, quæ in fig 15. eſt portio diametri F V inter O centrum Mundi, & planum Horologij, tendit enim ad verticem F, qui circulus eſt perpendicularis Horizonti, & ideo etiam plano Horologij, tandem H A exprimit O r, in fig. 15. nempe portionem axis Mundi A B.

Hoc verò triangulo conſtituto transferemus portionem Diametri Aequatoris 12. H in lineam Meridianam 12. B, & facto centro in B circulum ad quodlibet interuallum ducemus, quo diuiſo in 24. partes æquales initio facto à linea Meridiana B A per ſingulas diuiſiones lineas punctatas educemus à centro B, quæ ſecabunt lineam æquinoctialem in punctis 5. 4. 3. 2. & cæt. per quæ puncta ſi ab A ducantur rectæ A 5. & A 4. & A 3. & cæt. ſic 7. A, & A 8. & cæt. illæ erunt lineæ Horologij. Quare deletis punctatis, quæ idcirco occultæ ducuntur, & appoſitis numeris, ita quod linea Meridiana numero 12. ſit inſignita, & creſcat à 12. vſq; ad 6. à parte ſiniſtra, decreſcant autem à 12. vſque ad 6. à parte dextra, aut à parte quæ debet ſpectare Orientem decreſcant, creſcant autem ab ea parte quæ debet ſpectare Occidentem, incipiendo à linea Meridiana; eritque confectum Horologium, in quo erit locus ſtyli in O, & ſi trahatur per O linea X Y parallelæ ipſi C D, illa erit ſectio circuli Verticalis, quam percutiet vmbra ſtyli, cum Sol erit in Verticali primario, & in fig. 15. eſt R K, linea autem 66. ducta parallela Aequatoris, per A erit horæ 6. lineæ verò curuæ explicabuntur infrà.

Quæres cur in hoc Horologio lineæ horariæ ſint rectæ. Reſp. & ſimul probabitur conſtructio Horologij, quia ſunt ſectiones planarum ſuperficierum, quas efficiunt circuli horarij ſuperficies planæ, vt conſtat ex prop. 4.

Secundò quæres cur Anguli ſint minores ad centrum A, quàm facti à lineis punctatis à centro B. Reſp. quod axis Mundi, in quo ſe interſecant circuli horarij non ſe habeat rectangulè ad planum Horologij, vt conſtat ex prop. 26. huius. Quæres, cur in faciendo Horologio deſumpta ſit recta 12. H, & translata à 12. vſque ad B, & ibi ductus circulus, qui exprimat Aequatorem. Reſp. Id eſſe factum ad hoc, vt habeamus puncta 5. 4. 3. & cæt. in linea Aequinoctiali ſecundùm diſtantiam, quã ſic exigente longitudine ſtyli centrum Aequatoris habet à plano Horologij in linea Meridiana, nã vt diximus prop. 9 Exp. 1. ſeruata iſta diſtantia perpendiculari, licet Aequator non faciat eos angulos, quos verè facit cum plano Horologij in proprio ſitu collocato, ſed ſit pictus in eodem plano ſemper eadem puncta habentur. Quæres; cur per ea puncta 4. 5. 3. & cæt. debeant horæ progredientes à centro A tranſire. Reſpondetur quod ex propoſ. huius 26. procedunt à centro A, quia ibi axis Mundi, in quo omnes circuli horarij conueniunt, ſecat planum Horologij, ſiquidem cum ſit Diameter Meridiani in linea Meridiana ſecare debet; Angulus verò ad A cum ſit complementum anguli 12. eo quod A H 12. ſit rectus, eſt æqualis al-

altitudini Poli; vnde exprimit angulum, qui in fig. 15. fit ab axe o r cum plano Horologij m r n.

Transeunt verò per puncta 5. 4. 3. & cæt. quia ex prop. 26. anguli sectionum, & planorum cum axis non secat planum ad angulos rectos in lineam rectam conueniunt cum angulis æqualibus, quos circuli horarij se intersecantes in axe inuicem efficiunt, & à centro æquatoris prodeunt.

Quæres tandem cur linea horæ sextæ, Verticalis, & Aequinoctialis æquidistent, & cur maiorem angulum cum 5. & 7. efficiat, quam reliquæ inuicem. Respondetur id prouenire, quod planum Horologij Horizontalis æquidistet ab axe, in quo circulus Verticalis, horæ sextæ, & Aequinoctialis se intersecant, qualis est in 15. fig. R K. Vnde secundùm pr. 18. expens. 3. sectiones eorum circulorum parallelæ sunt. Respondetur secundò facere horam 6. cū 5. maiorē angulum, eo quod reliquæ inuicem impresserint minorem, vt dictum est pr. 26. huius.

PROB. II. PROPOS. XXXI.

Horologium horizontale collocare.

STatuatur linea Meridiana A B super lineam Meridianam in loco suo iam signatam, & inuentam; ita tamen, vt centrum horologij A semper respiciat Austrum, quia angulus V 12. F, quam habet Aequinoctialis cum Horizonte, ideoque cum plano Horologij patet ad Austrum, vnde si triangulum super planum Horologij concipiatur erectum rectangulè, linea H, 12., cum Diametro Aequatoris posito Horologio in suo situ congruet; Curabitur autem vt planum ipsum mediante libella ad Horizontem quoad fieri potest sit parallelum.

PROB. III. PROPOS. XXXII.

Horologium Astronomicum verticale construere, tum Meridionale, tum Boreale.

DVplex est hoc Horologium, secundùm geminas facies, quas habet murus aliquis Verticali circulo parallelus, alterum, quod respicit Austrum, alterum quod respicit Aquilonem, sed constructio est ferè eadem, ac antecedens.

Trahatur itaq; in fig. 16. Lamina 3. A B, linea Meridiana, & hanc decussans C D Aequinoctialis ob eandem rationem, quam suprà assignauimus; Facto centro in puncto 12. ducatur quadrans 8. F V, & ab V versus F numeretur complementum altitudinis Aequinoctialis, seu quod idem est altitudo Poli V F ad differentiam antecedentis, vbi angulus V 12. F erat altitudo Aequinoctialis, & hoc vt exprimatur angulus F O C externus æqualis angulo G O A altit. Poli in fig. 13. Lam. 2. æqualis angulo r O I, qui internus est in parallelis F O, & r I. Deinde ducta hic G H, normali Meridianæ A B, prout longitudo styli ad placitum sumpta requirit, vel remotiùs, vel propinquiùs puncto A, vbi secat primò ductam in H, ibi excitata perpendicularis H A versus Meridianam B V intersecabit eam in A, in quo puncto centrum est Horologij, & H A portio axis Mundi; sicut I H portio Diametri Aequatoris, G H portio Diametri Horizontis, vt in fig. 13. clariùs elucet. Concipiendum enim est hoc triangulum, ac si paginæ esset perpendiculare, cætera præstanda prorsus, vt priùs prop. 30., solùmque sunt relinquendæ duæ lineæ 5. 7. super sextam horam, quæ non signantur, nam pertinent ad Horologium Boreale, & si signatæ fuissent aliæ omnes ad illud pertinerent, quæ essent super horam sextam, ideoque si illæ trahantur, conficietur Horologium Boreale. Ordo tamen horarum commurandus est. Nam à 12. versùs sinistram debent decrescere vsque ad 6. versùs autem dextram post 12. ab 1. vsque ad 6. debent crescere ad differentiam Horologij Horizontalis, si verò spectet Boream ordo horarum erit, vt in Horizontali, si autem quæras rationem huius constructionis, est eadem, ac superior, solùmque differt, quod linea X I sit Horizontis, sectio, non Verticalis, quia hoc planum à Verticali æquidistat; vnde sectio Verticalis inscribi nequit. Sunt verò parallelæ, quia planum Horologij æquidistat ab axe R K in fig. 13. Lam. 2. in quo Horizon G K H R, Aequinoctialis D K C R, & circulus horæ sextæ A K B R intersecantur.

PROB. IIII. PROPOS. XXXII.

Horologium Astronomicum Verticale collocare.

CVM murus parallelus Verticali est directè, Meridiem respicit alterâ facie; alterâ verò ad Boream vergit. Hinc est quod hoc Horologium possit duplicitèr collocari.

Si pariete, vel plano directè respiciente Meridiem, pingatur, erit exarandum prout 16. fig. indicat; quodsi iam vt factum collocare

care illiud opporteat, collocabitur perpendiculariter Horizonti, vt est quilibet paries; sed ita vt eius superficies in quo est, faciat angulos rectos cum linea Meridiana in plano Horizontali deducta, & facies in quo est respiciat ad Meridiem, & pars B sit versus centrum, linea verò horæ sextæ sit Horizonti parallela. Quo si velles respicere Boream, vel paries in quo delineandus est, Boream respiceret, tunc illud inuertere oportet, ita quod pars A sit versus terram, pars B sit versus Cælum, & nobis ad planum Horologij conuertis, pars dextra fiat sinistra, & è contrà; simulque deleantur horæ, quæ Sole latente sub Horizonte illustrari nequeunt. Inspiciatur itaque 14. figura Lam. 2. in qua Axis A B Aequator DKC, Horizon GKVO. Portio paralleli ML, vel QH, & tota huius præcepti ratio manifestabitur. Nam Axis Mundi A O r B secat planum Horologij ad partem Borealem G respiciens, in r infrà lineam Y 6. in quo secatur à Diametro Horizontis, & multò magis infrà V I, in quo secatur à Diametro Aequatoris; Igitur suprà erit linea Aequinoctialis, inferius Horizontalis, & ea inferius centrum Horologij. Ratio est, quia vertex styli debet esse in centro O, Quare planum debet supponi distare ab eo in Austrum, ad hoc, vt facies eius Aquilonem respiciat, & centrum Mundi item versus Aquilonem remaneat; Superque hoc Horologium Polus Arcticus eleuatur, & semidiameter Antarcticus O B illud secat, quòd cum sit inferius respectu nostri Horizontis, facit etiam sectionem eo inferiorem. Quod verò in hoc Horologio non omnes horæ pingendæ sint, euidens est. Nam eum Sol est in Aequatore in K, vel R non illustrabitur facies Horologij, eo quod respectu Solis planum Horologij est, ac si esset in centro O, cum tota terra respectu Solis sit, ac si esset breue quoddam punctum, & insensibile. Igitur illustrabitur cum ratione latitudinis Borealis diebus æstiuis est in L M parallelo æstiuo; sed hic parallelus non totus extat super Horizontem in sphœra obliqua, sed in M infra procumbit. Ergo nec cum existit in illo, omnes lineas horarias poterit illustrare, & secundùm diuersam altitudinem Poli pauciores, vel plures circa ortum, & occasum æstate illustrabit, eas verò quæ sunt propè Meridiem, nequaquàm, quod paralleli illa pars v. g. N sub Horizonte delitescat. Reperiendus est igitur, vel ex dicendis, vel ex tabulis arcuum semidiurnorum maximus dies tuæ Regionis, qui subductus à 24. horis remanebit minima nox; Delebis itaque illas horas hinc indè à linea meridiana, v. g. sit dies maximus 16. horarum, nox minima, erit 8. horarum, delebis ergo 4. horas hinc, & 4. inde à linea Meridiana, nimirum 12., 11., 9., & 8., & 2., 3., & 4.

Horologium verò collocabis versus Boream, sed eodem modo, ac Verticale Australe,

Corollarium.

Ad hoc autem vt videas vno intuitu, quomodo quinque prædicta Horologia ponenda sint: sit telarium Lam. 1. fig. 11. ex quadratis confectum A G, sitque linea Meridiana P Q parallela vni lateri v. g. B D, vel A C, faciesque A B E I spectet Meridiem, & A K Orientem, B H Occasum, & O H Boream, E F verò, vel I G sit eleuata à plano I H K E, quantum est eleuatio Æquatoris; At verò H G F K, quantum est eleuatio Poli. Aequinoctiale ergò Horologium requirit Planum H K G F, cuius linea Horizontalis æquidistabit à linea F G. Polare Planum E F G I, cuius linea Meridiana erit parallela lineæ F G. Meridionale Orientale Planum A E O K; Meridionale verò Occidentale B I D H, in quibus linea Meridiana pendebit versus Boream D, vel O, Horizontalis verò erit parallela lineæ I H, vel E K. Horizontale collocabitur in plano A O B D, & centrum Horologij erit versus P; centrum autem Æquatoris versus Q Borealem partem, linea verò Meridiana erit super lineam Meridianam in eo plano iam inuentam P Q. Horologium Verticale Australe ponetur in plano A E B I, cuius linea Horizontalis erit parallela lineæ E I, vel A B centrum Horologij sursum in X Aequatoris deorsum versus P, & linea Meridiana cadet perpendiculariter super lineam Meridianam P Q, vt cadit linea X, Boreale verò collocabitur in plano O D K H, ita quod linea Meridiana cadat perpendiculariter super lineam Meridianam P Q, sed centrum Horologij erit inferius versus Q, centrum verò Æquatoris erit superius.

EXPENSIO VI.

DE HOROLOGIIS IRREGVLARIBVS IN COMMVNI.

QVatuor sunt genera planorum, quibus Horologia irregularia inscribere conuenit, ea verò sunt inclinata solùm, declinantia à Verticali, declinantia ab Horizonte, & inclinata simul, & declinantia, quorum vt specimen demus sit fig. 19. Lam. 2. cuius A I B E spectet Meridiem directè, & Meridiana sit m n, quæ faciat an-

angulos rectos eum A B, vel E I, & describendum sit Herologium super E I F superficiem, vel F K H erit Horologium inclinatum ad Horizontem. At si statuamus lineam Meridianam esse P Q, quæ non faciat angulos rectos cum A B, aut E I, tunc quatuor facies, nimirum E B K C, quæ respicit indirectè Meridiem declinando ad Orientem, & A I B E, quæ respicit Meridiem, sed declinando ad Occidentem, sic B D I H, quæ respicit Boream declinando versus Occidentem, & H D C K, quæ item Boream respicit, sed declinando versus Orientem respiciunt Horologia declinantia à Verticali. Ratio est, quia omnia intersecant axem Mundi Q r, lineamque Meridianam P Q, quæ in eadem superficie disci Meridiani sunt, vt potest videri si producatur superficies B D in Q, vel C A in t; cum itaque quemadmodùm verticalia intersecent axem Mundi, & Meridianam: Hinc est quod à Verticali denominationem sumant, non autem dicuntur declinare à Meridiano, vt videtur posse dici; quod nihil habeant commune cum Meridianis regularibus, sicut habent cum Verticalibus sectionem axis Mundi, & lineæ Meridianæ.

Si verò sint describenda Horologia in superficiebus E F K, vel E F I, vel I F H, vel K F H, illa erunt omnia Horologia declinantia à Verticali, & inclinata, declinantia quidem eo quia lineæ Horizontales, & Horizonti parallelæ E I, aut I H, aut E K; vel K H declinant à Verticali, vt declinant eorum plana posita lineâ Meridianâ P Q, eum quia non faciunt angulos rectos. Inclinata verò vocantur eo quòd eorum superficies non æquidistet Horizonti. Quamobrem imprimis necesse erit declinationem, & inclinationem inuestigare.

PROBL. I. PROPOS. XXXIV.

Planorum declinationem à Verticali circulo exquirere.

Plana, quæ examinanda offeruntur in primis videre oportet, an Horizonti perpendicularia existant; quod facilè apposito filo à quo plumbum dependeat dignoscetur; si enim ea à filo ab imo vsque ad summum æqualiter distent, perpendicularia pronuntiabuntur, sin minus inclinata erunt, vel declinantia. Deinde videre oportet an declinent à Verticali. Beneficio itaque libellæ A B C, à quò plumbum liberè dependens in medio secet, ducatur in plano m c fig. 20. Lam. 2. quomodocunque se habeat recta B C, cui lineæ quadratum, aut quadrangulum planum apponatur, ita, vt illi congruat, & ex altera parte F, & D, ita eleuetur, vt libella B A C apposita æquidistans Horizonti reddatur, in eaque reperiatur linea Meridiana eo pacto, quo docuimus Tract. 7. de Obseruat. part. 1. prop. 3. quæ v. g. sit C H; Angulus itaque acutus, si talem efficiat H C D, est angulus declinationis, quod si linea Meridiana coincidat cum D C perpendiculari ad planum murus directè spectabit Boream, vel Meridiem, vnde si murus sit perpendicularis erit planum pro Horologio Verticali; Si verò non sit perpendicularis Horizonti idem murus, erit planum inclinatum pro Horologijs inclinatis; Si verò fecet ad rectos angulos perpendicularem D C, murus directè spectabit Occasum, vel Ortum, quod si murus ipse sit perpendicularis Horizonti, erit pro Horologio Meridiano, si non erit declinans ab Horizonte pro Horologijs ab Horizonte declinantibus.

Igitur angulus acutus H C D, si talem efficiat, est angulus declinationis à Verticali.

Quod probatur. Nam angulus declinationis est ille, quem facit paries cum Verticali, siquidem quando non declinat, est parallelus; Cum ergo declinet, angulum efficiet, sed hic angulus H C D est æqualis illi; ergo est angulus declinationis, sit M N in proxima fig. sectio verticalis in plano Horizontali, I X Meridiana, quæ illam semper secat ad angulos rectos, vt dictum est X M perpendicularis muro N X, vt est D C in altera fig. certum est quod angulus declinationis est niger apud N, sed illi æquatur niger apud V factus à Meridiana I X, & perpendiculari X M, qualis est angulus in altera fig. H C D, ergo erit angulus declinationis. Quod autem æquentur anguli nigri N, & V, ostenditur, quòd cum angulo albo apud V trianguli N I V, sint æquales vni recto; Iunge enim mente angulum album V, angulo nigro N, & certum est ex Eucl. pr. 34. esse æquales vni recto, quod angulus tertius apud I sit rectus in triangulo N I X; Deinde iunge album angulum eundem angulo nigro, & ex constructione est rectus, si ergo simul cum albo, nigri sunt æquales, quia ambo sunt recti, deme vtrisque, & remanebunt adhuc æquales, quare angulus factus à perpendiculari muro D C, & linea Meridiana H C, est angulus declinationis.

PROB. II. PROPOS. XXXV.

Scire ad quam partem à Verticali planum declinet.

Rudiori minerua agnosces an planum spectet Meridiem, seu Boream, quod in

In sphœra obliqua nostra inde colliges si prope Meridiem illuminetur à Sole; tunc enim spectabit Meridiem; si non illustretur, ad Boream verget; quo cognito, si nobis ad parietem Meridiem spectantem conuersis, perpendicularis in fig. 20. DC sit à dextris nostris respectu lineæ Meridianæ HC. Paries declinabit ad Ortum, eo quòd à dextris eo in situ constitutis oriatur Sol: si verò perpendicularis DC sit à sinistris respectu lineæ Meridianæ HC, murus in Occasum verget. Si verò ad Boream spectet nobis conuersis ad planum, si perpendicularis DC sit à sinistris lineæ Meridianæ HC declinabit ad Ortum, eo quod eo in situ nobis sinister oriatur Sol; Si verò perpendicularis DC sit à dextris lineæ Meridianæ, murus ad Occasum declinabit, quæ omnia in praxi facilia sunt captu.

PROB. III. PROPOS XXXVI.

Inclinationem Plani cognoscere, & Declinationem ab Horizonte.

TAbella FDBC collocata, vt superius docuimus Prop. 34. demisso plumbo DL tria latera DC, & DL, & LC mensurentur, vel in papyrum transferantur, vt habeatur triangulum DCL, vel ei proportionale; nàm angulus acutus apud C erit angulus inclinationis, qui compræhenditur à plano Horizontali DC, & LC, linea in plano Horologij; Vel ergo planum spectat ad Meridiem directè, vel ad Boream, & sic habebimus angulum inclinationis pro Horologijs tantùm inclinatis, vel directè, spectat Ortũ, & Occasum, & sic erit planum pro Horologijs declinantibus ab Horizonte, & Angulus DLC in eo casu erit angulus declinationis ab Horizonte; vel Planum, nec Meridiem, aut Boream, nec Ortum, vel Occasum è directò aspiciet, & tunc planum erit pro inscribendis Horologijs declinantibus, & inclinatis; pro quorum constructione est necessarius angulus declinationis HCD Meridianæ, & muro perpendicularis, & angulus acutus DCL inclinationis, qui ambitur à cruribus altero Horizontali DC, altero LC lineæ in plano ipsius plani iacente angulo recto D opposito, & cum linea Horizontali BC, angulos rectos faciente, quæ est sectio circuli Verticalis plani Horologij.

Coroll. 1.

Colliges hinc, quod si trahas parallelam lineæ DC, quæ sit punctata HO, illa includet angulum ad H, nimirùm OHC æqualem angulo HCD apud C; Siquidem sunt anguli alterni inter parallelas HO, & DC ab incidente HC facti.

Coroll. 2.

Secundò DCL triangulum, si esset quoddam planum, vel planum quodcunque super LC positum, ita vt tangat costam DC, fore plano inclinato LmC perpendiculare; Ratio est, quia angulus ad C rectus est, & DC perpendicularis cum tabella FBCD quadrangula præsupponatur; Ergo planum quod costam eius DC tangit, faciet cum BC angulum rectum; quare ei erit perpendiculare. Planum verò, quod vni rectæ existenti in plano est perpendiculare toti plano est perpendiculare.

EXPENSIO VII.

DE HOROLOGIIS AD HORIZONTEM INCLINATIS.

FAcilis est horum Horologiorum descriptio. Non differt enim à Verticalibus perfectis, nisi ratione trianguli Gnomonici, cuius latera, & anguli variantur ob variam plani inclinationem.

Prænotare itaque oportet, quod si spectet ad Meridiem, & habeat eandem inclinationem Horizonti, quam habet axis Mundi, sitq; angulus B niger in sequent. fig. 1. inclinationis plani BL æqualis angulo PDS altitudinis Poli, Horologium erit polare, quod descripsimus expen. 3. si spectet Boream, faciatque cum horizontali plano HL eundem angulum nigrum ad H, quem cum Horizonte facit Æquator ER, scilicet MDE, erit Horologium Æquinoctiale, de quo diximus Expens. 2. Exceptis ergo istis casibus Horologium erit inclinatum.

PROB. I. PROP. XXXVII.

Eleuationem Poli super planum inclinatum tantùm, dignoscere.

QVattuor casus hoc problema continet, qui omnes explicantur in fig. 21. Lam. 3. appositis. In quibus Polus Arcticus est P, Antarcticus K, Axis Mundi PK, Diameter Æquatoris ER, Meridianus EPRK, centrum Mundi, qui etiam debet esse apex styli D.

Primò itaque angulus inclinationis aperiatur versus Boream, vt est in prima angulus niger K, aut C, quem super Horizontem AH, vel CD, vel SM facit planum Horologij AQ, & sit minor angulus prædictus niger A inclinationis altitudine Poli, vt in prima fig. exprimitur, eleuabitur Po-

lus Arcticus P super faciem respicientem Austrum, & Zenit X, vt patet in superficie A Q, vnde ablato angulo inclinationis A, ab altitudine Poli remanebit angulus apud K in triangulo nigro Gnomonico K D Q eleuationis Poli Arctici P super planum A Q. Quod si sit facies inferior prout repræsentatur in plano CN figuræ 1., cum vertex styli, & consequentèr centrum Mundi debeat distare, ab ipso erit eâ superficie inferior in D, & Polus Antarcticus K eleuabitur super datum planum, quantum eleuatur Polus Arcticus, quod plana A Q, & CN, cum sint vnum, & idem, habeant eandem inclinationem. Vnde similiter dempto angulo N nigro ab altitudine Poli habebitur altitudo Poli Antarctici super ipsum.

Secundò sit angulus, qui aperitur quoq; versùs Boream, vt in secunda fig. maior altitudine Poli, vt angulus niger A, tunc Antarcticus Polus K eleuabitur super superficiem superiorem O N respicientem X Zenit, tantùm, quantùm superat angulus inclinationis altitudinem Poli, vnde subducta altitudine Poli remanebit altitudo Poli Antarctici super datum planum Austrum, & Zenit respiciens, eritque angulus apud O in triangulo nigro N D O. Quod si sit superficies inferior, vt superficies Q K, tunc eodem angulo eleuabitur Polus Arcticus P, eritque angulus apud K in triangulo nigro Q K D.

Tertiò Angulus inclinationis spectet Austrum, vt in tertia, & quarta fig. tunc videndum est, an hæc inclinatio sit minor complemento altitudinis Poli, vel quod est idem altitudine Aequatoris M E, si est minor, vt in tertia figura est angulus niger A, vel C, addendus est ille angulus Altitudini Poli, & conflabitur altitudo Poli Arctici P super faciem superiorem, qualis est angulus Q in triangulo nigro D Q R. Quod si est facies inferior E C, eleuabitur Polus Antarcticus K super faciem inferiorem, quam exprimit C E, eritque angulus apud O in triangulo E D O nigro eiusdem quantitatis, vt patet.

Quartò aperiatur adhuc angulus inclinationis versùs Austrum, vt in quarta fig. sed sit maior complemento altitudinis Poli, vel quod idē est altitudine Æquatoris M E, tunc complementū anguli inclinationis A, vel E D G additū complemento altitudinis Poli P D S, cōflabit angulum O in triangulo nigro Gnomonico O D N altitudinis Poli Arctici P super planum superiùs respiciens X Zenit. Poli verò Antarctici K super planum inferius terram respiciens, qualis est angulus Q in triangulo Gnomonico nigro D Q R.

In quibus præceptis notandum est quod distantia plani Horologij à centro Mundi assumitur, tanquam nihil, & insensibilis; vnde tantùm est quod circulus mensurans angulum sit descriptus à centro O, vel Q, ac si esset descriptus à centro D, quia respectu gyri Solis insensibilis est, iuxta dicta Expen. 1.

PROB. II. PROPOS. XXXVIII.

Horologium inclinatum construere.

Data altitudine Poli super planum construatur Horologium Verticale iuxta dicta expen. 5. propos 32. Hoc enim erit Horologium inclinatum: Nàm cùm non decliner à Verticali habebit eundem Meridianum, lineaque Meridiana cum illo faciet angulos rectos, & ab alio Verticali in eodem Meridiano existente æquidistabit, quod facilè potes concipere, si contempleris fig. 13. & 14. expen. 15. Lam. 1. planumq; Horologij in ea m n r concipias tanquam si non esset æquidistans à Diametro Verticalis O F, sed vertici F parum approximaret ab alterâ parte, nàm triangulum solum Gnomonicum V o r mutaretur; cætera verò manerent, si ergo fiat triangulum Gnomonicum ex data altitudine Poli suprà Planum Horologij, & iuxtà ibi dicta operetur, Horologium obtinebitur.

PROB. III. PROPOS. XXXIX.

Horologium inclinatum collocare.

Considera iuxta prædicta Prob. 1. prop. 37. An Polus Articus super planum, ad cuius inclinationem confectum est Horologium, vel Antarticus eleuetur, si Antarticus semper centrum Horologij occupabit partem superiorem, & Æquinoctialis inferiorem: quando verò eleuatur Articus centrum Horologij occupabit partem inferiorem versùs terram, & Æquinoctialis linea superiorem, & alia deinde exequeris iuxta propos. 33.

Nota quod in hoc Horologio potes inscribere, si velis, & lineam Verticalem, & etiam Horizontalem, quod planum Horologij nulli ex istis circulis æquidistet, vt patet ex fig. Prob. 1. eruntque semper parallelæ Æquinoctiali, quod planum axi eorum, in quo se intersecant, æquidistet: Faciliter verò eam inscribes, quod angulus O D X, vel Q D X sit æqualis in prima, & secunda figura altitudini Poli, in tertia verò, & quarta complemento altitudinis Poli. Vndè

dè facto triangulo Gnomonico facilitèr in eo inscribes angulum XDO, qui in Meridiana signabit punctum X, per quam duces parallelam Æquinoctiali, & erit Verticalis; Rursus lineæ XD duces perpendicularem à puncto D, & secabit Meridianam in puncto C, per quem ducta parallela Æquinoctiali raptæsentabit sectionem Horizontalem.

EXPENSIO VIII.

DE HOROLOGIIS ASTRONOMICIS DECLINANTIBVS A' VERTICALI, ET AB HORIZONTE.

IN nullo differt descriptio Horologiorum declinantium, nisi in triangulo Gnomonico. In perfectis enim quinque generibus, sicut & inclinatis est triangulum planum; In istis verò declinantibus efficitur triangulum solidum constans quatuor superficiebus, quarum tres in acumen, centrumque Mundi, vel apicis styli conueniunt, reliqua basim substernit. Ad hoc vt itaque proprietatem huius trianguli intelligamus, sit

THEOR. I. PROPOS. XXXVIII.

Si tres superficies se secando inuicem in aliquod punctum conueniant, tertia verò per earum inuicem sectiones transeat, triangulum solidum constituunt.

ASpice figuram 22. appositam Lam. 1., & considera superficiem CYKE, alteram KCT, & tertiam YHL, quorum sectiones KT, KC, & KY, in puncto K conueniunt, aliud verò planum FCIB secet eorum sectiones in C in T, & Y. Dico quòd hæ superficies solidum triangulum constituunt.

Probaturque ex definitione Pyramidis, est enim fig. solida, quæ planis continetur ab vno plano ad vnum punctum constituta, aut terminata, cum ergo hæc tria CYKE, KCT, & YHL ab vno plano FCIB terminent ad vnum punctum K, triangulum solidum, seu Pyramidem constituent.

THEOR. II. PROPOS. XXXIX.

Horologia declinantia habent triangulum Gnomonicum solidum.

PRobatur, sint duæ figuræ 23. Lam. 3. & 24. huius Expensionis, in quarum prima exprimatur Horologium declinans à Verticali, in secunda verò Horologium declinans ab Horizonte, in quibus sit Meridianus regionis FHDM, Horizon HPM, Æquator NPO, Planum Horologij declinantis mnrt, circulus Verticalis, sed non primarius, vt Verticales perfecti sit in 23. figura GF, cui Horologium declinans à Verticali primario æquidistat. Circulus verò Positionis, cui Horologium declinans ab Horizonte æquidistat tanquàm Horizon alterius regionis eandem altitudinem Poli habentis sit HGMX, sit verò Meridianus proprius plani Horologij, cui incumbit ad angulos rectos EKDV, Axis tandèm Mundi ELD. Pars Orientalis P, Occidentalis 6. vel Y. Sciendum itaque est, quod quodlibet planum, superficiesque telluris, suum Meridianum habet; quare, & quæcunque superficies in ea assignata; Vnde rectè plano Horologij suum Meridianum assignamus.

Meridianus verò omnis est vnus, ex circulis horarijs, & ex eodem genere, qui nimirum transit per Polos Mundi, & solum insuper habet quod ad planum, cui Meridianus est rectangulè incumbit.

Imaginemur itaque, hunc Meridianum, & Meridianum proprium regionis, & Horizontem tanquam tria plana, vel discos se interfecare, tanquam circuli maximi, certè conuenient in centro Mundi commune horum circulorum centrum. Adueniat verò planum Horologij declinantis, & secet omnes illos discos, simulque sectiones eorum mutuas ex præcedenti Theor. constituet Pyramidem quandam, cuius vna superficies erit ACL Meridiani proprij, altera CBL Horizontis in Declinante à Verticali primario, vt in 23. fig., vel Verticalis primarij in fig. 24., quæ tamen superficies videtur per costam, & per lineam raptæsentatur, sicut & ipse circulus Verticalis exprimitur per lineam, vel Diametrum FCBG; Tertia superficies erit BAL Meridiani regionis FH, quas superficies, si claudat planū Horologij, easque secet, constituet huius Pyramidis basim BCA. Quòd verò hæ sint superficies illorum circulorum facilè ex ipsis lineis sectiones notantibus: potes cognoscere: Nam ab intersectione horum circulorum originem ducunt, vt BL ab intersectione Horizontis, cum Meridiano regionis apud M in 23. fig. vel Verticalis cum Meridiano Regionis in 24. fig. sic AL est portio axis Mundi, in quo duo Meridiani Regionis, & proprius plani se intersecant, sic ex te ipso potes cogitare de alijs.

Vbi nota primò, quod cum planum Horolo-

rologij fit rectum ad Horizontem, in fig. 23. At in fig. 24. rectum ad Verticalem primarium, qui exprimitur per Diametrum F B, in 24. fig. fit quod in vtroque Horologio, tum Verticalis, tum Horizontalis linea secetur à Meridiana ad rectos angulos; quod isti circuli se intersecent ad angulos rectos, quorum vni, nempe Verticali, aut Horizonti planum Horologij rectum est, vt probatum est Propos. 14. huius.

Nota secundò quoque, quod Meridianus proprius plani Horologij secat ad rectos angulos Æquatorem, vt omnes Meridiani efficiunt. Quare & sectio Æquatoris, cum hoc Meridiano E K D erit ad angulos rectos, cum axe Mundi E L D, licet prospectiua non plenè id exprimat.

Nota tertiò, quod sectio A C Meridiani proprij cum plano Horologij non est ad angulos rectos cum linea Horizontali in fig. 23. vel cum Verticali in fig. 24. Ratio est, quod hi circuli non possunt se intersecare ad angulos rectos, cum enim Horizon, & Verticalis sint perpendiculares Meridiano Regionis alijs Meridianis non possunt esse ad angulos rectos.

Nota quartò, quod sectio Æquinoctialis N I semper est ad angulos rectos Meridiani sectioni A I; Ratio est, quia Meridiano proprio rectum est planum Horologij, vnde cum hi circuli se intersecant ad angulos rectos (Æquator enim omnes Meridianos taliter secat:) fit quod etiam ipsæ sectiones in plano Horologij ad angulos rectos sint, vt probatur prop. 14.

Nota quintò, quod Æquinoctialis ab ea parte, qua declinat planum secatur à plano Horologij depressiùs in N, quod patet: Quia quando magis Æquinoctialis distat ab intersectione P. 6. vel P Y cum Horizonte, eo magis deprimitur. Vnde quando Horologij planum ab eo distabit, eò erit depressior sectio, magis autem distat ab ea parta, ad quam declinat.

Nota sextò, quòd hoc planum in S T, secat Verticalem, à quo declinat, aut Horizontem. Ratio est, quia soli illi circuli maximi in Horologio describi nequeunt, qui æquidistant ex Coroll. prop. 19. Vnde se intersecabunt, cum non æquidistant cum plano Horologij, & quia Horizon, circulus horæ sextæ, & Verticalis in eodem axe P L se intersecant; Hinc est quod vbi planum Horologij secat illum axem, sc. in 6, vel Y, ibi & etiam sectiones horum circulorum originem ducent, sicut horæ ab axe Mundi; erunt autem sibi inuicem ad angulos rectos hæ sectiones Verticalis, & Horizontis, quia & hi circuli sunt inuicem sibi ad angulos rectos, vt patet.

PROB. I. PROPOS. XXXX.

Horologium Astronomicum declinans à Verticali, vel Horizonte describere.

EAdem est descriptio Horologij declinantis, seu declinet à Verticali, seu declinet ab Horizonte. Ducatur A B linea Meridiana, & quia ex notabili primo linea Horizontalis hanc secat ad rectos angulos, ducatur ei horthogonalis C D, quæ lineam Horizontalem in declinante à Verticali, & lineam, sectionemque Verticalis exprimet in declinante ab Horizonte, quas in fig. 23., & 24. exprimit linea t a. B A, & B C H.

Secundò fiat triangulum cuiuscunque magnitudinis ad eam partem, qua Horologium inclinat, non ob necessitatem, sed ob commoditatem, sed in quo angulus E G H sit eiusdem mensuræ, ac altitudo Poli tuæ Regionis; ita vt circulus E H tot gradus includat, quot altitudo Poli. Linea verò E G ad placitum assumatur; vbi ergo G H secat Meridianam in A, ibi erit centrum Horologij, & triangulum E A G, erit vna ex superficiebus triangulum Gnomonicum solidum componentibus, nempe planum Meridiani Regionis.

Deinde facto centro in E, ducatur portio circuli T X, in qua supputetur angulus declinationis muri, vel plani, in quo Horologium constituitur, hac tamen seruata lege, quod si declinet in ortum angulus versùs Occasum à lineâ Meridianâ numeretur, si declinet in Occasum ad partem Orientalem constituatur Horologium fingitur declinare ad Occasum, vnde angulus est ad Ortum K E R apud E. Tertiò assumatur in linea E K, declinationis æqualis lineæ E G, & ducatur parallelæ Meridianæ A B à puncto K, eritque factum aliud triangulum, nempè illud quod fit à plano Horizonti, in secunda fig., & Verticalis in tertia B C L.

Tertiò à puncto A per I, ducatur A L sectio Meridiani proprij plani declinantis, & eius linea Meridiana, habebimusque triangulum in ipso plano Horologij factum à tribus secantibus planis Horizontis, vel Verticalis I E, Meridiani regionis A E, & Meridiani proprij I A.

Quartò, quia Meridianus hinc proprius A L secat planum Æquinoctialis ad angulos rectos ducemus I M, vsque ad M, donec sit æqualis lineæ I K, & per M ducemus M A ad A, & habebimus triangulum I M A factum in plano Meridiani proprij, quorum triangulorum vertices hærentium lateribus I A, & I E, & A E, si à plano fingantur

gantur eleuari, & ad se copulandum, videbitur, quod tria acumina MKG in vnum coibunt, quod MI sit æqualis IK, & KE sit æqualis, ex constructione lineæ EG, & fiet triangulum solidum, vt euidentiæ gratia seorsim fecimus, & MA, & AG erit illud latus in quo Meridiani proprius, & regionis se intersecant, nempe axis Mundi, in quo omnes Meridiani se secant, & punctum M erit axis Mundi, MI verò stylus, & punctum I locus styli. Ratio est, quia stylus debet facere angulos rectos cum plano, cui est infixus, ex prop. 10. Sola verò sectio Meridiani proprij plani Horologij, & Horizontis, aut Verticalis est plano Horologij perpendicularis, qualis est MI, & IK, cum ambo isti circuli plano perpendiculares sint, quod in fig. 23. & 24. exprimitur per CL.

Quintò axi MA ducatur perpendicularis MO versùs sectionem proprij Meridiani AOL, & vbi secat Meridianum proprium in O, ibi ducatur Meridiani proprij AL perpendicularis PQ, quæ erit æquinoctialis; Siquidem MO est portio Diametri Æquatoris, quæ intercipitur inter centrum Mundi M, & planum Horologij, quod Diameter Æquatoric est perpendicularis axi Mundi, vt est OM, ad AM axem Mundi, quæ in 23. & 24. fig. exprimitur per lineam IL prouenientem à K sectione Meridiani proprij cum Æquatore; Linea verò Æquinoctialis per I tracta in illis fig. 23. & 24 est IN.

Sextò in sectione Meridiani proprij AL ab O mensuretur portio Æquatoris MO, vsque ad L, & ibi facto centro ducatur circulus cuiuscunque magnitudinis, quod exprimet Æquatorem; Siquidem iuxta dicta Prop. 9. habet eandem distantiam perpendicularem sectioni Æquatoris PQ, quam habet eius centrum à plano Horologij.

Septimò à centro L due rectam occultam ad R, vbi Meridiana linea secat Aequinoctialem vsque ad circumferentiam T, & incipiendo à puncto T diuide circulum in 24. partes æquales, per quas, vt in alijs Horologijs duces occultas, vsque ad sectionem Aequinoctialis PQ, & vbi secant in punctis 5. 6. 7. & cæt. duces à centro Horologij A rectas, quæ erunt lineæ horariæ, Quandoquidem vt in alijs Horologijs Verticalibus, & Horizontalibus conueniunt sectiones horariæ in puncto A, vbi Meridiana cum axe Mundi conuenit, pro vt ostensum est propos. 26. huius. Tandem si in declinante à Verticali velles inscribere ipsam Verticalis sectionem, vel ab Horizonte Horizontis, siquidem id fieri potest cum planis Horologij eis circulis non æquidistet. Vnde vbi Horizontalis sectio, vel Verticalis CD secat Æquinoctialem QP, ibi parallelam SY duciro ad Meridianam AB, illa enim erit Horizontis sectio in declinante ab Horizonte, & Verticalis in declinante à Verticali; Quare in Horologio Horizontali vltrà illam sectionem non producentur horæ versus C, & P, quod tunc Sol non sit in ea regione super Horizontem.

Quæres, quod si LA linea styli in fig. 25. adeo esset obliqua, vt linea Aequinoctialis PQ remotissimè in R eam secaret, ita vt esset periculum erroris, vel etiam sine hac necessitate, sed solum ad probandum, an Horologium sit benefactum, quid agendum? Resp. Duces à puncto K perpendicularem ipsi EK, quæ necessariò debebit secare Horizontalem CD in puncto 6. vbi hora sexta M6, & Verticalis TS, vel si sit declinans ab Horizonte debet eadem perpendicularis ipsi EK à puncto K secare Verticalem SY in eodem puncto 6. quo Horizontalis DC, & hora sexta M 6. secat, quod infrà probatur Theor. 6. Expens. sequenti, interim vide fig. 23. nam in ea HC6 Horizontalis, NI 6. Æquinoctialis, ST6. Verticalis, A 6. hora sexta se in eodem puncto decussant. At BL, quæ in fig. Horologij est EK, est rectangula lineæ Verticali L 6 ST. Vnde cum habeamus angulum 6BL declinationis, qui in Horologio est IEK, & distantiam BL, quæ in Horologio est EK, ei perpendicularis L 6, dabit punctum 6. in Horizontali. Poteris quoq; idem probare inueniendo aliud punctum in linea Meridiana. Nam si ex axe AG ducas ei perpendicularem GR, per punctum R lineæ Aequinoctialis transibit, imò & cum habeas duo puncta 6., & R poteris eam ducere independenter à linea substylari AO, quod autem G, R notet punctum Aequinoctialis R, patet, nàm triangulum AGR est Meridiani planities in fig. 23. AB t 2. L, in quo planum Aequinoctialis secat ad Angulos rectos axem Mundi per lineam L t 2, vt hic facit linea RG.

PROB. II. PROPOS. XXXXIII.

Horologium Astronomicum declinans à Verticali collocare.

Videatur quâ in superficie describendum sit Horologium, an in eâ, quæ spectat Boream, an in eâ, quæ spectat Austrum. Si in ista centrum Horologij A versus Cælum collocabitur, & Aequinoctialis PQ versus Terram, quoniam Polus Antar-

tarcticus tunc eleuatur super planum Horologij Australe, Aequinoctialis sectionis pars depressior vt Q, si declinet in Ortum, Ortum ipsum spectabit sicut in Occasum, si ad Occasum vergat, quia planities Horologij in eo situ partem depressiorem circuli Aequinoctialis secat versus Ortum, quam versus Occasum, vt videre est in fig. 23., & intelligere ex notabili quinto.

Linea verò Horizontalis CID collocabitur adhibita libella parallela Horizonti, & horæ Pomeridianæ, ab vno incipientes partem Orientalem tenebunt, sicut & Antemeridianæ Occidentalem à 5., vel 6. incipientes, & finientes in 12.

Si verò in Boreali superficie statuatur, inuertendum erit, ita quod centrum Horologij A inferius spectet, Æquinoctialis verò PQ, superius, eo quod eadem ratio militet, ob quam inuertitur Horologium Verticale Boreale, vt ex fig. 14. propos. 33. videre licet; nempe quod Polos Arcticus, & pars Axis Mundi Arctica eleuetur super planum Horologij; Aequinoctialis verò eodem pacto pars depressior vergat ad Ortum, si planities Horologij declinando versùs eam partem se aperiat, e contra si declinet in Occasum Horæ quoque Pomeridianæ erunt versùs Ortum, Antemeridianæ versùs Occasum, & tandem linea Horizontalis parallela Horizonti collocabitur adhibita libella, quæ eam dirigat.

Nota tamen, quod in facie Boreali illæ horæ delendæ sunt quæ sunt nocturnæ, vt docuimus prop. 33.

PROBL. III. PROPOS. XXXXIIII.

Horologium declinans ab Horizonte Astronomicum suo situ statuere.

Centrum Horologij si planum sit superiùs versùs Zenit collocabitur versùs Austrum, Aequinoctiali sectio versùs Boream, Meridiana AB Meridianæ in plano inuentę prorsùs conueniet: Horæ verò Pomeridianæ ortiuam partem occupabunt, Antemeridianæ occiduam. Aequinoctialis verò PQ, quâ parte magis discedit à Verticali, quæ in hoc Horologio est, CD est collocanda ad eam partem, quà declinat Horologium si in Ortum versùs Ortum, si ad Occasum versùs Occasum.

At si planum sit inferiùs spectans terram, omnia contraria fient: Nam centrum Horologij erit versùs Boream ob contrariam eleuationem Poli, Aequinoctialisque erit versùs Austrum; Horæ quoque, ad hoc, vt Pomeridianæ spectent Ortum, & Antemeridianæ sint ad Occasum debebunt commutari; Pariterque ad hoc vt Aequinoctialis dissideat à Verticali ea parte, ad quam declinat Horologium situ contrario collocanda veniet. Horæ tamen nocturnæ in hoc Horologio deleri poterunt; quod ad hoc vt fiat, addiscatur ex tabulis arcuum semidiurnorum maximus semidies tuæ regionis v. g. hic Parisijs Dies h. 7. m. 57, nempe quasi hor. 8, vnde nox erit item hor. 8. si ergo Horologium aperiatur versùs Ortum delebis horas antemeridianas, quæ quatuor horis à Meridie nocturno abscedunt ab octaua exclusiuè, & omnes alias pomeridianas; Si verò aperiatur versùs Occasum, à quarta hora pomeridiana omnes aliæ delendæ, cum omnibus antemeridianis, non enim Sol huius plani faciem illustrare potest, eum habet eleuationem eandem ab Horizonte, ac ipsum planum, quia tunc circulus, in quo est Sol non secat planum Horologij, sed æquidistat, sicut, cum est in Horizonte, eo quod sit in circulo plano Horologij Horizontalis regularis æquidistante non illustrat illud planum, nec circulus in quo est, illud secat.

EXPENSIO IX.

DE HOROLOGIIS DECLINANTIBVS SIMVL, ET INCLINATIS.

Horologia inclinata simul, & declinantia multis linearum occursibus, difficilique operatione, sed multo difficiliori probatione ab Authoribus traduntur, & demonstrantur; Verùm confidimus nos omnia multò illustriori claritate ostendere, sicut nec laboriosa pragmatica in opus deducere.

Horologia itaq; inclinata, & declinantia sunt illa, quæ alicui circulo primario non æquidistant, vt in fig. 26. Lam. 4. est portio circuli MN, qui nec ad Horizontem OQP, rectus est, nec ad Meridianum OFPR, vt est planum mn, siquidem inclinatur ad Horizontem, & à Verticali circulo primario, qui transit per FQR declinet.

Sciendum verò est, quòd pro triangulo Gnomonico habent triangulum solidum idem quod & Horologia declinaotia; sed cum hâc differentiâ, quod in eo omnia triangula plana sunt rectaogula, quæ illud conficiunt.

Hic autem duo triangula plana sunt obliquangula, vt est in 26. fig. triangulum ABCL, cuius nec triangulum planum ACL, Meridiani proprij, nec ABL, Meridiani Regionis rectangulum est, quia nimi-

mirum inclinatio plani angulos eorum aut maiores, aut minores rectis efficit: In hoc tamen cum omnibus alijs Horologijs participant, quod Meridianum proprium obtineant, qualis est G M K T V, qui vt cæteri Meridiani, facit angulos rectos, cum Aequatore S Q X, & etiam cum plano Horologij, cuius superficiei est pars planum triangulum C L A, quod plano Horologij ad angulos rectos incumbit, & latus suâ superficie trianguli solidi B C L A contexit. Tota verò industria hoc Horologij genus describendi in eo sita est, vt quid addendum, quid diminuendum sit illi triangulo gnomonico solido inueniamus, & situm Meridianæ lineæ A B, quæ huic plano, sicut in cœteris vsque adhuc fuit, perpendicularis, non est, positionem inueniamus, cum de cætero descriptio eorum quo ad lineas horarias à perfectis, seu declinantibus non discrepet.

Sunt autem primo in duplici differentiâ; Nam alia sunt quæ seu facie inclinata, & respiciente terram, seu supina, & respiciente Zenit ad Boream vergunt: Alia sunt, quæ & prona, & supina facie Austrum intuentur: Horum autem est eadem regula, quam etiam in Verticalibus demonstrauimus, nam cùm prona respiciunt Austrum, portio axis Artica G L, vt in fig. 26. Lam. 4. ea intersecat; cùm supina Antartica, vnde centrum Horologij ibi vergit ad Boream, hic in Austrum, cum verò respiciunt prona Boream, portio Artica ea secat, si supina Antartica, vnde centrum Horologij est hic Australe, ibi Boreale, vt probauimus Expens. 4. Prob. 4. Vide etiam quæ diximus Expens. 6. Prob. 1. Quare & educitur, quod Horologium pro superiori parte supina potest etiam deseruire pro facie prona, si tamen, vt ibi adnotauimus, centrum Horologij inuertatur, & quæ pars erat suprà, ponatur infrà, & è contrà, deletis semper pro facie Boream respiciente horis nocturnis, & obseruando quod horæ Pomeridianæ partem Orientalem semper teneant, sicut Antemeridianę Occidentalē.

THEOR. I. PROPOS. XXXXIII.

Sectio Meridiani Regionis in Horizonte, Sectio quoque Verticalis sciaterico plano perpendicularis in Horizonte, & in ipso plano sciaterico, situm lineæ Meridianæ in plano Horologij necessariò describunt.

SIT fig. 26. Lam. 4. in qua m n planum Horologij, D M N circulus, à quo æquidistat; G M Z T circulus illi normalis, O Q Z P Horizon, S Q K X Æquinoctialis. Igitur voco Verticalem circulum plani Horologij illum, qui ei plano ad angulos rectos incidit, clarum verò est, quod omnis superficies, quoquo modo posita in Mundo, potest habere aliquod planum sibi horthogonale, quod sit rotundum, & magnum, vt cælestes ipsi circuli, quod transeat per nostrum verticem. Sit ergo in fig. 26. circulus F Z, cuius sectio Z L C V in Horizonte incidat ad angulos rectos, cum plano Horologij, descendatque perpendicularis, & axis omnium Verticalium circulorum F L, qui sectioni C Y, quam Verticalis ille facit in plano Horologij occurrat in Y: Sit rursùs ipse Meridianus regionis F X P R O, qui in plano Horizontali O Q P describit sectionem, & lineam Meridianam B P, cuius axis, in quo se intersecat cum omnibus Verticalibus sit idem F L Q. Certum est ex Theor. 26. Expens. 5. quod sectio, quam Meridianus ipse facit in plano Horologij concurret cum sectione Verticalis à B in Y, eo quia nulli Verticalium planum Sciatericum æquidistet, & consequenter nec eorum axi F L, vnde secabit, cumque Meridianus sit etiam Verticalis, secabit ergo axem Verticalis Z F, qui plano Horologij rectus est, & Meridiani F X P R regionis; quare eorum sectiones quas in plano efficient B Y, & C Y, concurrent quoque in Y, vt prop. 26. Expens. 5. demonstrauimus, nempe F Z, & F P circulorum, quo posito sic.

Probatur Theor. Cùm habemus duo puncta per quæ in aliquo plano rectam lineam trahamus, situm ipsius rectæ habemus, vt patet; Sed si habeamus triangulum B C L, quem facit sectio Meridiani B L in Horizonte, & C L sectio Verticalis plano Horologij perpendicularis, nec non & sectio C Y eiusdem F Z, in ipso plano Sciaterico m n habemus duo puncta, nempe B in sectione Horizontali B C, & punctum Y in axe Verticalium F Y L, per quæ ducamus Meridianam B Y, ergo & habemus situm Meridianæ B Y in plano Horologij.

Quæres vnde habeamus has tres sectiones B L, & C L, & C Y. Respondetur nos consecutos fuisse suprà, cùm docuimus reperire declinationem, & inclinationem plani prob. 36. Expens. 6. Nam sectio B L in illius prop. figura 20. Lam. 2. Meridianæ lineæ est H C in Horizontali plano, sectio C L perpendicularis circuli F Z, item in Horizonte est in illa fig. H O, vel D C, siquidem talem protraximus in tabella F B C D,

vt

vt lineæ B C Horizontali eiusdem plani esset ad angulos rectos, sectio quoque C Y eiusdem circuli F Z in ipso sciaterico plano in fig. 20. Lam. 2. est C L. Portioque ipsius disci Verticalis est C D L, eo quod vt probauimus prob. 3. in Coroll. Expens. 6. sit perpendicularis plano inclinato C L in illius fig. 20.

Corollarium.

Collige planum Horologij, Horizontem, Meridianum regionis, & Verticalem circulum plano Sciaterico rectum facere triangulum solidum B C L Y; quia sunt quatuor superficies se intersecantes ex Th. 1. Expens. 7. quarum tres in vnum punctum L conspirant discedentes ab vna communi basi B C Y.

THEOR. II. PROPOS. XXXXIIII.

Axis Mundi per centrum Mundi transiens, & per apicem trianguli solidi prædicti B C Y L se proferens aliquando lineæ Meridianæ in plano descriptæ parallelus est, aliquando eam secat supra triangulum prædictum, aliquando infra, aliquando intra.

AD hoc, vt omnes hos casus, per quos Horologia declinantia, & inclinata variantur, percipiantur, construximus quatuor figuras, sed sine circulis maximis à quibus superficies deriuant, vt fecimus in prima, quia confusio non potuisset euitari.

Sit igitur in fig. 27., 28., 29, 30. Lam. 3. reperta Meridiana linea L B, in plano Horizontali D F, & demisso plumbo L Y, & repertus est angulus inclinationis D Y L, & cuius adiumento punctum Y, per quod, & per B in ipso plano inclinato, & declinante ducta sit Meridiana Y A, vt ex Theor. antecedente constat. Axis autem V L, cuius eleuationis angulus B L A super Horizontem D F notus sit ex prop. 37. per L centrum Mundi transeat, linea Meridiana L B incidit in duas rectas A V axem, & Y A Meridianam in plano irregulari.

Si ergo axis A V cum incidente Meridiana L B faciat angulum A L B, vt in fig 27. superiorem versùs Cælum, minorem angulo alterno L B Y facto cum Meridianâ plani A Y, clarum est quod axis A L, & Meridiana in plano inclinato, & declinante A Y conuenient ad partes superiores, vt ex Prop. 27. primi Eucl. Corol. Quod si axis cum Meridiana faciat angulum inferiorem A L B, vt in fig. 30. minorem alterno L B Y incidet cum Meridiana plani versus partes inferiores in A. Quod si Meridiana Horizontalis faciat Angulos alternos L B I, & B L H æquales, tunc ex eâdem prop. 27. primi Eucl. axis Mundi erit parallelus lineæ Meridianæ in plano descriptæ, vt in fig. 28. erit videre.

Quod si tandem linea Meridiana in plano descripta Y A. & axis L A ad easdem partes faciant duos angulos, minores duobus rectis cum Meridiana Horizontali L B, vt in fig 29. est angulus A B L, & Angulus A L B; tunc axis Mundi L A intrà triangulum L Y B C secabit Meridianam Y A in plano Horologij descriptam; Ratio clara est; quia Meridiana Horizontalis L B facit cum perpendiculari Y L angulos rectos; quare angulus quem cum illa facit axis V A erit minor, vt potè acutus, sed omnis angulus minor minorem basim substendit, vt coll. ex prop. 19. primi Eucl. è contrario arguendo; quare erit minor B A subtendens angulum acutum B L A axis, quam subtendens rectum B L Y perpendicularis. Vnde intra B Y erit punctum A.

Corollarium.

Hinc percipies quatuor genera horum Horologiorum dari, siue Borealia, siue Australia, siuè in planis pronis, seu supinis, pro diuersa incidentia axis Mundi in lineam Meridianã in plano declinante, & inclinato descriptam. Nam vel axis supra eam secat, vel infrà, vel intus, vel nullo modo, & sic quatuor Horologiorum varietates constituentur.

Nota pro sequenti Theor. lineam perpendicularem eam dici alicui plano, quæ in quatuor partes eductis lineis ab eo puncto in quo secat, perpendicularis est, quod prob. Eucl. prop. 4. l. 11., & facilè ex ipsa animi conceptione est cognoscere.

THEOR. IIII. PROPOS. XXXXV.

Si in triangulo Verticali à centro Mundi, & vertice styli ducatur perpendicularis linea, sectioni que plani Horologij, & circuli Verticalis, hæc plano quoque Horologij erit normalis.

SInt superficies triangulares D L Y in quatuor figuris propositis, quæ sint perpendiculares plano Horologij, quæ pro vt diximus Theor. 1. erunt portiones Verticalis circuli eidem plano perpendiculari, siquidem L Y est portio axis Verticalium, & D I, sectio in eodem plano, & D L, perpendicularis. Ducatur ergo ex puncto L, in quo est centrum Mundi, in quo simul axis Y L Mundi, & Verticalium Y L se intersecant,

cant, ducatur inquam perpendicularis L I lineæ Y D, sectionique circuli normalis cum ipso plano cui normalis est, hæc erit perpendicularis plano. Siquidem ipsum planum D L Y præsupponitur perpendiculare, ex constructione, vnde cum ipsa linea sit quoque perpendiculariter ducta, sectioni D Y, vndequaque perpendicularis erit, & absolutè, nam si ab I in vtramq; partem educantur, rectæ erit etiam eis perpendicularis; quod ipsum planum D L Y plano inclinato, & declinanti perdendiculare sit.

Corollarium.

Cum omnia plana, quæ per perpendicularem ducuntur ex prop. 18. l. 11. Euc. eidem plano sint perpendicularia, cui illa perpendiculariter incumbit; sequitur, quod si à centro Horologij A, vbi nimirùm Meridiana secat axem Mundi, si quando secat, planum ducatur per eam, nimirum per I L, quod illud planum plano Horologij erit perpendiculare; sicut est planum D L Y, quòd si Horologium centro careat, quod axis non incidat in Meridianam, vt in fig. 28. tunc electo quolibet puncto vt placet in Axe ab eo per I L ducatur, illud quoque eâdem ratione erit perpendiculare, vt est planum I L C.

Corollarium 2.

Hinc addisces, lineam I L mensurare perpendicularē distantiam centri Mundi à plano Horologij, & ideo deseruire pro longitudine styli, quia vt ex 10. prop. Expens. 1. habetur, longitudo styli talem distantiam mensurat.

Corollarium 3.

Hinc quoque intelliges altitudinem Poli super planum inclinatum, vt declinans, esse angulum L A Y; Quià est ille angulut, qui fit in plano Meridiani proprij Horologij ab axe Mundi V L, & sectione Y A eiusdem in plano Horologij impressa; sicut in alijs Horologijs vidimus. Quod autem planum L A Y sit portio quædam triangularis Meridiani proprij plano inclinato, & declinanti hortogonaliter incumbentis patet; quia per axem Mundi ducitur, vt est L V, axisque ipse in ipso est, sicut & cæterit Meridianis, quoniam in ipso se intersecant.

PROB. I. PROPOS. XXXXVI.

Horologium declinans, & inclinatum delineare, quod centrum habeat, & cui Polus Articus, vel Antarticus emineat.

ILli Horologio Polus Antarticus eminet, quod vel supina facie respiçit Austrū, vel prona, illi verò qui Boream Polus Articus vt suprà in principio Expens. Prop. 37. diximus; Trahantur itaque in plano Lam. 4. fig. 32. & 33. pro tali Horologio duæ lineæ se ad rectos angulos intersecantes X Z, & D F, quarum hæc sit sectio Horizontis, qualis est in præmissis fig. 26. B C, illa verò Z X sit linea Verticalis plano Horologij perpendicularis, vt est in prædict. fig. 26. A C, secundò ad punctum B intersectionis statuatur angulus inclinationis niger ad eandem partem, ad quam declinat v. g. nobis ad Horologium conuersis, si declinat ad dextram, angulus ad dextram statuendus est, vel è contra, nimirùm ad dextram si est à Meridie in Occasum, aut à Borea in Ortum; ad sinistram verò, si est à Meridie in Ortum, aut à Septentrione in Occasum, & siquidem est facies prona, angulus hic spectabit sursum, vt in fig. 31., at si sit supina, spectabit deorsum, vt in fig. 32. Ex verò quolibet puncto lineæ B C educatur perpendicularis C I, quæ secat perpendicularem in I, eritque factum triangulum plano inclinato; & declinanti perpendiculare, quod in 30. fig. exprimitur per Y D L, si quando vergit deorsum, vel in Y D L in 27 fig. si quando vergit sursum, & sectio B I hic est eadem; quod ibi D Y: At B G hic est eadem, ac D L ibi Lam. 3. Modo est constituendum triangulum declinationis.

Tertiò itaque assumpto crure B C, mensuretur in linea X Z, à puncto B in contrariam partem anguli inclinationis, vt vitetur confusio, & sit B E, & in puncto E constituatur angulus declinationis niger in contrariam partem anguli nigri B inclinationis, sic enim angulus inclinationis contrariam partem tenebit eius ad quam declinat planum, nempe si declinat in Ortum, angulus vergat in Occasum, vt in 31. fig., si declinet in Occasum angulus vergat in Ortum, vt in 32. fig. Trahaturque E G, & ex G ad punctum I linea ducatur in vtramque partem, erit enim linea Meridiana; triangulum verò G B F est triangulum Horizontale, quod in fig. 26. vel in fig. 27. 28. 29. & 30. exprimitur per triangulum L C B.

Vnde per hæc duo triangula vt ex Theor. 1. habemus duo puncta G, & I, per quæ linea Meridiana ducenda est.

Quartò sumpta longitudine G E facto centro in G, trahemus portionem circuli, item facto centro in I sumpta recta I C, trahemus aliam portionem circuli, & vbi se decussant in H versus partes exteriores ad solam vitandam confusionem, inde trahantur duæ rectæ G H, & H I. Iamque confecimus triangulum solidum illud, de quo 1.

Coroll. prop. 43. diximus, siquidem si tria triangula plana, quæ modo aperta sunt, tanquàm valuæ triangulares volui concipiantur circa rectas BI, & BG, & GI, ita vt simul coeant, & eleuatæ à pagina in vnum verticem colligantur B C, & B E conuenient in vnum latus, quod sint facta æqualis mensuræ; GH cum GE, & HI cum IC ob eandem rationem. Ita quod H, C, & E erit vnus vertex, & lineæ IC, & HI simul se tangentes latus perpendiculare Horizonti; quod triangulum solidum in fig. prædictis 27., 28., 29., 30, est DBYI, in quo vertex est L, latus perpendiculare YL.

Sectio Horizontalis, quæ ibi est CB, hic est GB, Meridiana Horizontalis, quæ ibi est LB, hic GE, iuncto crure GH, sectio Meridianæ in plano declinante, & inclinato, quæ ibi est YB, hic est GI; sectio verò Verticalis, quæ ibi est DY, hic est IB; Quare triangulum GBE in suo situ naturali, esset concipiendum in plano Horizontali, cui super incumberet planum Horologij inclinatum, quantùm est angulus niger B. Itaque reperta linea Meridiana, remanet modo reperienda altitudo Poli.

Quintò itaque, cognitâ altitudine Poli tuæ Regionis, facto centro H ad interuallum GH, ducenda est portio circuli GN, numerandaque in eo altitudo Poli à puncto G, versùs O, si planum sit Australe supinum, vel Boreale pronum producta IH, vsque ad N, ducendaque recta OH ad punctum O finem numerationis, quæ, vel faciet angulum ad H nigrum maiorem angulo G nigro, & sic iuxta dicta prop. 44. conueniet axis cum Meridiana ad P infrà, vt in 32. figura, etiamsi vergat planum, vel pronum, vel supinum ad Austrum, Horologiumque vt est, participabit de Horologio Horizontali, vel angulus H niger erit æqualis angulo G nigro, & tunc axis Mundi erit lineæ Meridianæ parallelus, vel minor erit angulus H niger angulo G nigro, vt in 33. fig. & sic secabit axis superius lineam Meridianam. Quod si planum vergat in Boream, supinum, vel in Austrum pronum, tunc alio pacto constituendus est angulus niger H. Nam producta Horizontali HG, in N, factoque circulo ab H centro ad interuallum HG, numeranda est altitudo Poli ab N versùs O, ita vt angulus GHO remaneat obtusus, constetque ex complemento altitudinis Poli, & angulo recto. Ergo quando planum vergit in Austrum supinum, vel in Boream pronum angulus GHO est acutus, at quando supinum planum Horologij vergit ad Boream, & ad Austrum pronum, ille angulus est obtusus. Ratio huius rei est; quia GH est linea Horizontalis; axis verò Mundi facit cum linea Horizontali, quando Horologium vergit in Austrum, angulum qui vergit sursùm, at verò cum planum Horologij vergit in Boream, facit angulum altitudinis Poli, qui vergit deorsùm, vt videre est in 27. & 30, fig. prop. 44. Lam. 3. in angulo VLF, planumque GHI refert in 27. 28. 29. 30. fig. Lam. 3. planum Meridiani LBY, & axis HP hic exprimit in illis axem ALV, qui hic signat punctum P in plano Horologij, sicut ibi punctum A in linea Meridiana Horologij BY, vnde & patet P esse centrum Horologij.

Et iam habes locum centri Horologij in P, siquidem vbi axis Mundi lineam Meridianam secat, ibi Horologij est centrum, vt probauimus Expens. 4 Theor. 1.

Sextò, ducta perpendiculari ad BI à puncto C, quæ cadat in K, ducatur à puncto P per K linea PK, quæ erit linea styli, & Meridiani proprij plani Horologij, quam refert in fig. 27. 28. 29. & 30. Lam. 3. IA; perpendicularis autem CK est eadem, ac in illis LI, quæ signat in plano punctum I per quod ab A, vbi axis terminat, ibi ducenda est sectio AI.

Septimò, erigenda est perpendicularis ad lineam PK, à puncto K eiusdem longitudinis, ac CK, quæ erit QK, & à puncto P per Q ducenda est recta, quæ altitudinem Poli super planum inclinatum, & declinans angulo QPK demonstrabit, & quia punctum K est illud, in quod perpendicularis incidit; K erit locus styli, & QK vel KC eius longitudo; Exprimiturque in fig. 27. 28. 29. & 30. Lam. 3. per planum ILA, rectum ad planum Horologij, & QK, per perpendicularem ipsi LI demonstrat. Duo autem plana QPK Meridiani proprij, & PGH Meridiani regionis, si tanquam valuæ triangulares super BK, lineam, & GP tanquàm super cardines, ita quod eleuata à papyro QP, & HP se coniungant, hæ duæ sic coniunctæ facient axem Mundi, & erit triangulum solidum expressum in fig. 27. 28. 29. & 30. Lam. 13. ILAY.

Octauò, linea TQ ducenda est perpendicularis à puncto Q, ad PQ, & vbi secat in T ducenda est alia perpendicularis, hinc, & inde lineæ ipsi PK.

Patet autem ex dictis, quod hæc est linea Æquinoctialis, siquidem facit angulos rectos cum sectione Meridiani proprij Horologij PR, locusque eius in T, vbi cadit à centro Mundi Q, verticeque styli perpendicularis QT, quæ est portio Diametri

Æqua-

Æquatoris, quæ semper facit angulos rectos cum axe P Q.

Nonò, à puncto T mensuretur, vt in alijs Horologijs interuallum T R, & ibi in R sit centrum Aequatoris. Deinde ab hoc centro ducatur ad S, vbi Meridiana linea secat æquinoctialem; vt in 32., & 33. fig., & vbi secat circulum in puncto V, inde incipiat diuisio circuli in 24. partes æquales, & hora 12. fiatque vt in alijs Horologijs fecimus, trahendo à puncto R horarias lineas per puncta, quæ lineæ eductę à centro R per singulas diuisiones Aequatoris signant in Aequinoctiali T S, vt vides, & fig. 34. rapresentat, in qua omnes lineæ horariæ tractæ sunt esse tractam lineam Y P, quæ est eadem, ac 32. sed horis, & sectionibus curuis parallelorum insignita. Rationem verò huius operationis non ponimus, quod sit eadē, ac in cæteris Horologijs, sed 32., & 33. fig. duos casus exprimit, in quibus remediū adhibendum est, si quando puncta P, K adeo proxima sunt, vt difficilè sit posse trahi per ea linea, quæ iusta sit, & situm verum teneat. Secundus est, si quando linea Aequinoctialis T S, aut est parallela, aut quasi parallela, lineæ Meridianæ, & pro primo casu sit

THEOR. V. PROPOS. XXXXVII.

Si à puncto, vbi Meridiana in Horizontali tangit planum Horologij perpendicularis agatur, qua subtendat angulum altitudinis Poli, à cuius extremo perpendicularis ad planum inclinatum, & declinans agatur, hac in ipso plano signabit punctum per quod Meridiani proprij illius plani sectio debet transire.

Videatur figura 27., 29., & 30. Lam. 3. Prop. 44., & à puncto B, vbi Meridiana linea Horizontalis L B, secat planum Horologij in B, erigatur perpendicularis vsque ad R, quæ tangat axem Mundi in R, & ideo subtendat eleuationem Poli; nempe angulum A L B; à puncto verò R agatur perpendicularis ad planum inclinatum, quę illud tangat in S; Dico quod per punctum S necessariò transit sectio Meridiana proprij plani I A.

Probatur. Quia I L, & R S sunt parallelæ; quia vtraque est perpendicularis eidem plano ex construct. ergo in eodem plano: Siquidem parallelæ etiam si sint in aere, adhuc tamen si eis admoueatur planum, tanget vtrasque secundùm omnes partes, vt clarum est. Si ergo axis L R A, & latus simul plani L I A ex constructione

transit per R, planumque ipsum S R B per alterum eorum S I, ergo transibit etiam per parallelam, alteram S R. Vnde latus, & sectio ipsius plani L A transibit etiàm per S, quod erat demonstrandum. Aduerte tamen, quòd quando axis L A incidit intrà triangulum Y L B, vt in 29. fig., tunc perpendicularis trahenda est ad oppositam faciem v.g. superiorem, & postquàm conuenerunt axis Mundi cum Meridiana in A, at verò in alijs est antequàm conueniat axis Mundi L A cum Meridiana A Y; sed tamen cum hac diuersitate, quòd quia axis tendit deorsùm ad A in fig. 30. perpendicularis B K est deorsùm; at verò in fig. 27. quià axis Mundi tendit sursùm, etiam à puncto B perpendicularis R B sursùm tendit.

PROBL. II. PROPOS. XXXXVIII.

Aliud punctum per quod transeat linea, vel sectio styli reperire.

INuentis duobus prædictis, quæ in figuris 32., & 33. Lam. 4. sunt P K, possumus etiam aliud punctum ex præcedenti doctrina inuenire, per quod transeat linea styli P K R. Demittatur itaque à puncto G, vbi linea Meridiana Horizontalis G E, & Meridiana I G P in plano inclinato, & declinante se intersecant, normalis ad G B G t, vel deorsùm, si centrum Horologij deorsùm sit, vel è contrà, si sursùm, & ad punctum G alia ducatur G r, quæ faciat cum perpendiculari G t angulum æqualem anguli inclinationi plani complemento, sc. G I B, ipsaque sit æqualis tangenti altitudinis Poli G O, vt in 33. fig. vel O N, vt in 32., à cuius extremo r ducatur perpendicularis ad G t, & t punctum tertium erit punctum, per quod necessariò linea styli transire debebit. Probatur autē ex Theor. anteced. Nam linea G r refert lineam B S in 27., & 29. fig. Lam. 3., & G t refert B R; nàm facit eundem angulum ex constructione, quem facit B I C, quæ linea rapræsentat perpendicularem ad planum Horizontale Y L in citatis fig. Lam. 3. Quod si cupis & idem tertium punctum pro axe Mundi Q P, erige à puncto t perpendicularem æqualem ipsi t r, quæ sit t e, ad eandem partem, si centrum Horologij inter duo puncta B G non intercipiatur, vt in 27. fig. ad diuersas verò si intercipiatur, vt in 29., & punctum e erit illud tertium, quod sequitur.

Verùm hæc regula non semper militat, pro quo ostendēdo deseruiet fig. 27. Lam. 3. Siquidem pone axem Mundi esse punctatam L O, quæ tandem conueniat cum linea

Meridiana versùs Y; certum est quòd nunquam poterit secare perpendicularem F T. Probatur, L Y, cùm sit parallela eidem F T eam secare nequit, ergo quanto minus L O, quæ facit cum ea angulum O L Y non versùs eam F T, sed in contrariam partem. Qui casus in fig. 32. expressus est, siquidem in ea tertium punctum reperiri nequibit; quia esset requirendum à puncto G deorsùm versùs I in linea G I, cùm centrum P Horologij deorsùm sit; sed linea styli P K nunquam eam secabit, cum semper magis elongetur versùs P.

Quamobrem modo secundo ad hoc, vt demus regulam vniuersalem, & facilem, expeditiùs erit, vt in figura 33. fecimus ad P H axem Mundi à centro Mundi H ducere lineam perpendicularem S H. Nam punctum S, vbi Meridianam secat, erit illud, per quod transibit Aequinoctialis. Probatur hoc triangulum P H I, est idem, ac in fig. 27. triangulum in disco Meridiani factum Y L A, in quo L A est axis, & L Mundi centrum; sed planum Aequatoris per centrum Mundi transit axi perpendiculare, vt L E, ergo punctum C est illud, per quod Aequator transit, & ideo etiam hic punctum S signatum à normali S H, ipsi axi P H erit illud per quod Æquinoctialis transiet, vel etiam expeditiùs erit facere triangula Gnomonica magna v. g. B C I, & cæt. quia etiamsi velimus deinde Horologium paruum accipiendo in linea styli, vt 32. fig. quodlibet aliud punctum præter punctum K pro infigendo stylo v. g. r, & ducta r e parallela ad K Q, erit longitudo styli, & rursùs ducta à puncto e parallela ad Q T, quæ sit e n deseruiet, vt Q T: vnde à puncto n in linea P K, secundùm eius longitudinem centrum Horologij signabitur, sicque Horologium erit multò minus, sed pro altero casu sit

THEOR. VI. PROPOS. XXXXIX.

Sectio Æquinoctialis secat lineam Horizontalem in communi sectione Horizontis, & circuli horæ sextæ, & Verticalis.

SIT in figura 26. Lam. 4. sectio Verticalis Q 6 1, atque eadem circuli horæ sextæ, qui ne impediatur figura repræsentatur in duabus portionibus eius Q 1, & G m. Dico quod in plano Horologij m n secat hanc in idem punctum, quoque linea Æquinoctialis, & circuli Horizontalis.

Probatur ex principijs præhabitis, quia Q 6, est axis omnium horum circulorum, nempe horæ 6. circuli Q 1, 1 G, Verticalis primarij, qui per lineam F Q exprimitur Æquinoctialis S Q X, & Horizontis O Q P, quare ex prop. 26. Expens. 5. sectiones omnes horum circulorum concurrent in 6.

Notabis autem, quod linea Meridiana B L P in disco Horizontis semper facit angulos rectos cum axe Q 6. Quare, vt habeantur ea duo puncta B, & 6. sufficiet habere angulum apud B, nempe G B L, nam ab L ducta perpendicularis ipsi B L Meridianæ versùs sectionem Horizontalem B 6; dabit punctum 6. per quem linea horæ 6. ducenda est. Non est autem necesse, quod planum Horologij, & Horizontis faciunt inuicem eundem angulum, vt toties dictum prop. 9. Expens. 1. Vnde si triangulum B L 6. esse etiam effigiatum in plano Horologij m n super sectionem Horizontalem B 6. à puncto B versùs 6. daret idem punctum 6.

PROB. III. PROPOS. L.

Horariam lineam horæ 6. independenter à Meridiana reperire in quolibet plano Verticali, quod tamen Verticali primario non æquidistet.

IN fig. 31. Lam. 4. habito angulo apud G, qui est B G E, & Meridiana Horizontali G E, ab E eius extremo ducatur ipsi G E perpendicularis punctata E e, quæ erit sectio Verticalis, & circuli horæ sextæ Æquinoctialis, & Horizontis, vt dictum est in præced. propos. 49. Punctum ergo e, in quo secat G F sectionem Horizontis erit illud, per quod ducetur à centro Horologij P e 6. horæ sextæ linea, & Æquinoctialis lineæ styli semper normalis.

Corollarium.

Hinc deduces, quod si à centro Aequatoris R in eadem 31. fig. & in omnibus alijs eandem difficultatem patientibus ad punctum m, vbi secat P e 6, linea horæ 6. Aequinoctialem lineam ducas rectam m R, illa in circulo repræsentante Aequatorem dabit punctum u, ex quo erit incipienda diuisio 24. æqualium partium: Siquidem æquales partes illius circuli, etiam ab hora sexta exordiri poterimus.

PROB. IIII. PROPOS. LI.

Horologium inclinatum, & declinans à Verticali delineare, cum Axis Mundi plano Horologij æquidistat, & Horologium centrum non habet.

POnamus omnia esse facta in fig. 35. Lam. 4. à præcepto pe. vsque ad quin-

tum inclusiuè, quæ præcipimus prop. 46. Teque reperisse Horologium non habere centrum, eo quia angulus H niger sit æqualis angulo G nigro Horizontalis lineæ Meridianæ G H, cum eâ quam facit linea Meridiana G I plani declinantis, & inclinati, & ideo H P axem esse æquidistantem lineæ Meridianæ G I. Vnde nunquam conuenient, cuius rationem in fig. 28. Lam. 3. potes videre, & ex prop. 44. intelligere.

Ducatur itaque C K perpendicularis B I, & à puncto K ducatur perpendicularis lineæ Meridianæ G I; Hæcque erit Aequinoctialis, quæ facit angulos rectos, tunc cum linea Meridiana. Siquidem æquidistat Horologij planum axi Meridiani, quem Aequator ad angulos rectos intersecat, Vnde sectiones in plano ad angulos rectos efficiet, vt probauimus Expens. 2. prop. 14. Deinde à puncto K erigatur ei horthogonalis K L, quæ si placet, sit æqualis lineæ K C, eritque K L longitudo styli, & eius extremum L centrum Aequatoris, & K locus styli. In puncto ergo L facto centro describatur circulus cuiuslibet magnitudinis, & à cētro L ducta recta L V ad V, vbi Meridiana G I intersecat Aequinoctialē K H, & à puncto S, quo intersecat circulum, incipiat circuli diuisio in 24. partes æquales, per quas à cētro L eductæ rectæ ad Aequinoctiale H K dabunt puncta per quæ ductæ rectæ parallelæ Meridianæ I G, vt est hora 5. aut linea V Z erunt Horariæ lineæ: Apponenturque numeri, vt in alijs perfectis, semper aduertendo & in hoc, & in alijs declinantibus, & inclinatis, quod lineæ decrescentes incipiendo à 12, vtpotè matutinæ sint ad occasum, crescentes verò ab 1. sint ad ortum, quod facile à loco, in quo ponendum est horologium cognoscetur.

Quæres, quid agendum sit, si quando in Horologio erit Aequinoctialis ad Meridianam lineam quasi parallela, vnde horologium habeat quidem centrum, sed remotissimum.

Respondetur, dilatandum esse triangulum gnomonicum, & faciendas duas æquinoctiales, & duo horologia constituenda; id verò sic executioni mandatur. Sit datum centrum Horologij A, in fig. 36. Lam. 4. & C A linea styli, B I linea Meridiana in plano Horologij, seu linea declinationis, quod est idem, C D portio Diametri Aequinoctialis, vt in cæteris Horologijs. Ad B I lineam Meridianam Horizontalem ducatur perpendicularis I O iuxtà dicta Theor. 6. prop. 49. & præced. prop. 51. & vbi secat sectionem Horizontis B C in O ad centrum Horologij A ducatur punctata, quæ erit sectio horæ 6. vt dictum est; deinde istis omnibus lineis parallelæ ducantur E F ad I B ad placitam distantiam, & ad eandem distantiam H G ad D A: prolongenturque C I ad E, C D ad G H. Patetque quod hæ, si possent produci extrà planum Horologij vsque ad L, & K (supponimus enim in n eius esse margines) secarent C A L; & C B K in punctis K, & L; per quæ duceretur perpendicularis ad Horizontem C K, & ideò; quod triangulum C K E si potuisset fieri fuisset simile triangulo paruo C B I, & G C L triangulo C A D.

Dixi verò, quòd id patet, quia illud est triangulum simile alteri, quod habet æquales angulos. Quare cum I B, & E F ex constructione sint parallelæ, item G H, & D A ex prop. 4. lib. 6. Eucl. haberent æquales angulos, ideoque & latus C B esset proportionale lateri C K, & C A lateri A L; quare & totum triangulum C K L, si potuisset fieri, toti C A B fuisset simile, & sic fore de triangulis D C A, & G C L, & de triangulis C I B, & C E K.

Cum ergo habeamus E F Horizontalis lineæ portionem trianguli magni, ducamus à puncto E ei perpendicularem E V, & parallelam ob id ipsi I O, & vbi tangit sectionem Horizontis in V, inde ducenda est V 6. punctata parallela lineæ horæ sextæ O A primò ductæ, quæ iuxtà dicta Theor. 6. propos. 49. erit linea horæ 6; siquidem quod sit 6. V parallela ipsi lineæ horæ 6. O A tenderet ad idem centrum L si potuisset perfici, vt tendit G H. Ducemus ergo per C, vt fecimus in alijs Horologijs Aequinoctialem M N, quæ erit Horologij magni, & sumpta C G distantia, & à C, ad T translata, ducemus circulum ad placitum centro T, quem diuidemus in 24. partes æquales, incipiendo à lineâ T V, quam ducemus à centro T ad punctum in Aequinoctiali N M, per quem transit linea horæ sextæ V 6. ducemusq; per diuisiones à centro T occultas T N, T M, & cæt.

Deinde faciemus aliud simile Horologium, electo enim quolibet puncto Q, ducemus in linea Q G, vel G H producta ad C G parallelam P Q, quæ erit portio Aequinoctialis Horologij minoris, cuius fundamentum est triangulum L P X simile maiori C L K. Similiterque ducta Aequinoctiali P S perpendiculari ad P O per punctum P, & mensurata P Q in P Z, fiat Z centrum circuli ad placitum, & ducta Z r, ad punctum, vbi 6. V producta secat Aequinoctialem S P, ibi incipiat diuisio circuli in 24. partas æquales, & ductis à centro occultis Z S, & cæt. per eas diuisiones duces

à

à diuisionibus primæ Aequinoctialis MN, ad diuisiones in ista PS factas lineas, quæ erunt horariæ; & omnes tenderent ad centrum L, si in Horologio adfuisset. Ratio est, quia sunt duo Horologia facta ad eandem eleuationem Poli, & ad idem planum.

Horæ verò omnium Horologiorum siue paruorum, siue maiorum tractæ ob idem planum, & ad eandem eleuationem Poli faciunt angulos ad centrum Horologij inuicem æquales, cum angulos eosdem, & eorundem circulorum horariorum exprimant, & ijs æquales sint, quare cùm lineæ compræhendentes angulos æquales si superponantur, consentiant, & si centrum occupet eundem locum, & vna eorum superior, ac inferior, eodem loco sit, cæteræ quoque omnes positæ supra eundem locum, & per eundem tramitem feruntur, ac quæ sunt infrà. Quare etiam horæ Horologij maioris KCL, & minoris XPL, cùm æquales angulos includant conuenissent, si vnum alteri fuisset superpositum. Vnde v.g. linea horæ 2. NL Horologij maioris transisset per S punctum lineæ NL horæ 2. Horologij minoris.

Itaque, cùm modo linea illa sit ducta ab N in S patet, quod tendet ad centrum L, & sic de cæteris 3., 4., 5., & cæt. Locus verò styli eligetur ducta à puncto Q perpendiculari ad RC lineam styli, quæ signabit eius locum in R, & eius longitudinem RQ, vel si desideretur maius Horologium à puncto G ducta perpendiculari Gt ad TP lineam styli dabit eius locum in t, & eius longitudinem Gt.

EXPENSIO X.

DE MERIDIANIS CIVITATVM, ET DOMIBVS CÆLESTIBVS PTOLEMAICIS IN HOROLOGIO ADSCRIBENDIS.

CVM Meridiani, domusque cælestes Ptolemaicæ sint idem, ac circuli Horarij Astronomici, hic eorum descriptionem conuenit explanare.

PROB. I. PROPOS. LII.

Domos Ptolemaicas in Horologijs describere.

DOmus Ptolemaicæ non differunt à circulis horarijs, & circuli horarij ipsi, qui numerant horas diuidunt quoque domos; sed non omnes, solùm enim sex sicut domus solùm duodecim sunt, huic negotio inseruiunt posthabito vno circulo intermedio; sic hora 12. fit domus 10., & relicto vno circulo horario, hora 2. est domus 9. Differunt quoq; numeratione. Nam horæ numerantur ab Ortu in Occasum, secundùm iter diurnum Solis, at verò domus numerantur ab Occasu in Ortum secundùm motum proprium Solis, & lineæ horariæ ostendunt fines horarum, & iam horam esse transactam, cum vmbræ extremum in horariam lineam terminat, è contrà lineæ domorum; nam ostendunt tunc, cum vmbræ extremo tanguntur, domum Solem ingredi, & incipere percurrere per eam.

Ideoque si inter hanc, & sequentem linea horaria aboleatur, relinquendo post 12. primam, & 11. ante delendo, vel non signando: deinde tracta 10. & 2. sequentes oblitterando, illæ lineæ erunt domus cælestes secundùm Ptolemæum.

Numeri verò apponendi sunt hora 12. stat loco 10. domus, secunda Pomeridiana loco 9. Quarta loco 8., sexta loco 7. sic hora Antemeridiana 10. stat loco 11. Octaua loco 12. Sexta loco 1. incipit enim Sol tunc esse in prima domo, vt vides in exemplo fig. 35. Lam. 4.

PROBL. II. PROPOS. LIII.

Meridianos Ciuitatum in Horologijs describere.

IIdem quoque circuli, qui horas, & domos signant, & Meridianos Ciuitatum denotant. Siquidem omnis Meridianus est etiam circulus horarius, in nulloque alio differunt, nisi quia illi horarij diuidunt Aequatorem in partes æquales; Hi verò in partes inæquales, prout distat Meridianus tuæ Ciuitatis in gradibus à Meridianis aliarum Vrbium.

Circulus itaque in Horologio exprimens Aequatorem, detur, alijs iam ex præscripto designatis, nempe triangulis Gnomonicis, & cæt. prout exigit planum, iamque omnia completa sint, Aequatorque ipse descriptus, & solum deficiant lineæ; quæ à centro Aequatoris ducendæ sunt ad lineam Aequinoctialem, vt nos fecimus assumendo fig. 33. praeced. propos. 46. plani inclinantis ad Horizontem, & declinantis à Verticali versùs Ortum; itaque in eo linea Meridiana est PSI, linea styli TP, Axis PQ, portio Diametri Aequatoris QT, stylus KQ, eius locus in K in fig. 38. Lam. 4.

Ad hoc vt itaque in eo describantur Meridiani Ciuitatum, fit circulus ad quodcunque interuallum centro R distante à T, quantum est TQ, & ad idem interuallum

por-

portio circuli A B, quæ sit circuli duodecima pars, diuidaturque in triginta partes, vt sit mensura Meridianorum. Deinde à centro R ducatur recta punctata R I per punctum I vbi Meridiana secat Aequinoctialem. Deinde ex tabula Catalogi Ciuitatum pro differentia Meridianorum sumatur distantia tuæ Regionis ab Insulis Fortunatis, quæ hic Parisijs est Grad. 23. m. 30. desumesque ab A B 23. Grad. & 30. m. & numeratis in circulo Aequatoris ad eam partem Horologij, ad quã horę Vespertinę collocarentur semper versùs Ortum, & in hoc Horologio versùs C incipiendo à lineã R I, ibique duces lineam ab R in C, quæ intersecet Aequinoctialem in H, à centro ergo Horologij P per H lineam duces, quæ erit Meridianus Insularum Fortunatarum, à quo Astronomi, & Cosmographi incipiunt numerare locorum longitudines; Ab hoc itaque puncto inchoanda est numeratio, & successiuè desumptis ex tabula Catalogi Ciuitatum longitudinibus, & mensuratis in arcu A B transferendæ à C versùs P, & à punctis terminantibus numerationem ducendæ rectæ ad centrum R, & per puncta vbi secant Aequinoctialem à centro Horologij P ducendæ sunt rectæ, quæ erunt Meridiani Ciuitatum, vt satis clarè figura demonstrat. Eligitur autem pars Aequatoris C P O ad incipiendum numerationem, quia est ea pars, quæ extat super terram: nam maior pars semper fingitur extare, cum extat nedum medietas, sed & ea portio minima, vt est R T, quæ intercipitur inter Verticem styli, sectionemque eius in plano Horologij, vt videre est in fig. 23. & 24. Expens. 4.

Hæc verò obseruanda sunt in omnibus generibus Horologiorum.

Si verò sit aliquod Horologium, cui linea Meridiana deficit tunc incipiendũ est ab hora 6. vespertina, vel matutina, quod si sit hora 6. vespertina, demendi sunt 90. Grad. à longitudine tuæ Vrbis additis 360. Grad. si non possit fieri subtractio; quod enim remanet, erit Grad. horæ 6. quare ab eo sicut à Meridiana, numeranda est longitudo Insularum Fortunatarum v. g. Longitudo meæ Vrbis est Gr. 100. subductis Gr. 90. remanent Gr. 10. gradus ergo 10. numerabis ab hora 6. & hæc erit longitudo Insularum Fortunatarum; Pone rursùs longitudinem tuæ Vrbis esse Grad. 15. adde 360. fiunt 375. à quibus deme 90. remanent 285. ergo numerabis 285. Gradus pro eo Meridiano, quibus distat ab hora 6. vespertina numerando ab O versus P.

Contrà verò fiet si sit hora 6. matutina; Nam addendi sunt 90. Grad. longitudini tuæ Vrbis. Ratio verò est clara, quia hora 6. semper distat 90. Grad. à Meridiana, & mane 90. Grad. præcedit, vesperi subsequitur.

EXPENSIO XI.

DE DESCRIPTIONE HOROLOGII CVIVSCVNQVE ASTRONOMICI, DATO LOCO, ET STYLO.

Quandoque occurrit, vt in dato loco ad datam styli longitudinem velimus Horologium describere, & aliquando etiam non possimus, neque declinationem muri, neque inclinationem cognoscere, sed nec quidem altitudinem Regionis, ideo breuiter docebimus quomodo his omnibus ignoratis Horologium quodlibet Astronomicum possit construi.

PROB. I. PROPOS. LIV.

Dato loco, & stylo, declinationeque Solis Horologium quodcunque Astronomicum constituere.

Ducantur duæ A B, & E D, se ad angulos rectos decussantes in loco styli E ad angulos rectos muro infixi fig. 29. Lam. 5.

Et lucente Sole mane, extremum vmbræ notabit punctum, quod sit F, & à loco styli, tanquam centro, descripto gyro, aut eius portione transeunte per punctum notatum F post meridiem obseruabitur; cùm iterum vmbra circulum percutiet, & alterum punctum G notabitur; diuisoque circulo intercepto bifariàm in V eriges perpendicularem lineæ F G puncta iungenti, quæ omnino tendet in E locum, vbi stylus infixus est, eritque linea styli.

Ratio huius operationis est, quia omnes superficies, vt iam diximus respectu alicuius regionis, Horizontale planum est. Quare & ista superficies muri respectu sui Horizontis erit Horizontalis, vnde poterit reperiri in ea; sua propria linea Meridiana, quæ est linea styli, hic verò modus est idem, quem docuimus Tract. de Obseruationibus reperiendi lineam Meridianam in plano Horizontali. Vnde & plura puncta poterunt notari antemeridiem, à quibus plures circuli deducantur, ad quos post Meridiem vmbra pertingat.

Intelligitur verò hic Meridies proprius plani, quem vt possis proximè cognoscere, notabis, cum vmbra in dato plano diminuitur, tunc enim signum est, quod est ante Me-

Meridiem illius plani, si verò accrescit, est post Meridiem.

Sequenti verò die obseruabis donec vmbra styli lineam VE inumbret, & ad eius extremum nota punctum quod sit Y. Duces deinde E H perpendicularem ad lineam styli VE æqualem longitudini styli, à loco E ipsius styli, & ab eius extremo H duces HY, quæ erit longitudo vmbræ, & quidem si Sol esset in Aequinoctijs, punctum Y esset illud per quod Aequinoctialis esset ducenda, sed si Sol habeat declinationem, considerandum, quænam ea sit, an Australis, an Septentrionalis, & centro H facto gyro MN, si est Austrina, numeranda est à K versùs M, scilicet vt vmbra veniat prolixior, siquidem si quando Sol patitur declinationem Australem vmbra in muris breuior est eâ vmbrâ, quæ proijcitur in Aequinoctijs, si verò sit Borea, tunc numerabitur declinatio à K versùs N, quia tunc vmbra Solis declinationis obnoxij, est vmbrâ æquinoctiali longior, & hæc breuior. Nos hic fingimus declinationem esse Borealem; Vnde numeramus à K versùs N, & per terminum numerationis ducimus lineam H O, & vbi intersecat lineam styli in O, hæc erit eius terminus, ita vt eius longitudo sit ab H, vsque ad O, eritque longitudo vmbræ in Aequinoctijs, portioque axis Aequatoris interceptus inter planum Horologij, & centrum Mundi, & quod idem est vertex styli, quod in figuris 13. & 14. & 15. Lamina 2. exprimitur per V O, vnde per punctum O duces Aequinoctialem O Q ad angulos rectos cum linea styli, vt moris est. Cùm autem portio hæc Diametri Aequatoris O H faciat angulos rectos cum axe Mundi, ducemus à puncto H ei O H ad angulos rectos H P, eritque axis Mundi, qui vbi occurrit cum linea styli in P, ibi erit centrum Horologij, & erit constitutum triangulum Gnomonicum O H P. Vide itaque si murus sit perpendicularis, sine non apposito filo à quo dependeat plumbum, quod si est, duces à centro Horologij P lineam Meridianam P Q ad lineam Horizontalem C D ad angulos rectos, quia muro perpendiculari erit semper linea Meridiana perpendicularis, vt diximus Expens. 1. Theor. 2. Notabili 1., quod si non est, tunc ad verticem styli apposito filo, à quo plumbum liberè dependeat, demittetur vsq; dum lineam A E extremo lymbi inferioris plumbi Taurum tangat, & ibi facto puncto v. g. in B à puncto P cētro Horologij per B ducetur P B. quæ eo casu erit Meridiana, vt diximus in fig. 27. 29. 30. Propos. 44. Lam. 3.; in quibus vbi L Y à vertice I L perpendiculare ad planum cadens perpendiculariter secat Horizontalem Y R, vel Y T, vbi ducta est Meridiana Y B. Siquidem I L, ibi vices styli gerit, & L Y filum plumbo pendente à vertice styli L demissum super perpendicularem D Y, quæ ad angulos rectos secat Horizontalem D B in D, & in ea dat punctum Y, plumbum pendens suo contactu, per quod à centro Horologij A, quo axis L A plano Horologij intersecat ducenda, est Meridiana A Y.

Nota quod si quis vellet angulum declinationis huius plani cognoscere, transferet E H in E A, coniungetque punctum D, recta A D, vbi Meridiana B P, vel P Q secat Horizontalem E X. Nam Angulus E D A erit declinationis.

Quod si cuperes agnoscere angulum eleuationis Poli Regionis, in qua confectum est Horologium, lineam D A transferes in D X, ducesque X A. Nam angulus apud X in triangulo E X A, est angulus eleuationis Poli.

EXPENSIO XII.

DE CIRCVLIS VERTICALIBVS IN HOROLOGIO DESCRIBENDIS.

CVM hæc descriptio non admodum differat à descriptione circulorum Horariorum, & solum discriminetur in inueniendo centro circuli Horizontalis, qui velut Æquatoris circulus in linea Aequinoctiali, sic hic in linea Horizontali dat diuisus in partes æquales puncta, per quæ trahendæ sunt rectæ sectiones Verticalium repræsentantes, ideo hic visum est eorum descriptionem indicare, maximè, quia ab hac, descriptio parallelorum Horizontis dependet, vt visuri sumus.

Notandum est itaque, quod circuli Verticales se inuicem in communi axe secantes, & descendentes à Vertice, qui nobis perpendiculariter eminet diuidunt Horizontem in quotquot partes æquales volueris, quæ aut singulos gradus, aut eorum certum numerum continent, sic potest diuidi Horizon, ita vt inter vnum circulum, & alium medient 15. Grad. vel 10, vel 5. vel denique vnum.

Vt autem horum circulorum specimen obtineas, vide fig. 3. propos. 16. Lam. 1. & cogita ibi A esse Verticem, circulus D K C R esse Horizontem, quem secat Aequinoctialis G V M in V, descendantque circuli A K B, & A H B, & A Q B, & cæt. perpendiculares Horizonti D K C, qui eum diuidant in partes æquales, & se intersecent in axe

axe eorum communi A B. Inter autem illos omnes circulos, Verticalis vnus vocatur Verticalis primarius; qui transit per punctum K, quo Horizon D K G Æquinoctialem secat G K M: Alius autem est Meridianus Regionis A D C B, qui per verticem transit, & Horizonti perpendicularis est.

Nota secundò, quod in omni Horologio adest linea Horizontalis, cui semper axis horum circulorum erectos est angulos, sicut Axis Mundi semper est ad angulos rectos Æquatori. Siquidem Polus omnis Horizontis est punctum Zenit appellatum, quod nostro Vertici imminet perpendiculariter.

Quomodocunque autem planum Horologij sit collocatum, semper datur aliquis Verticalis, qui illi ad angulos rectos existat, sicut datur aliquis circulus horarius dictus Meridianus plani proprius, qui rectanguiè cum illo se habet, vt patet in fig. 26. prop. 43. Lam. 4. Expens. 9. in cuius planitie, & disco, stylus qui ad angulos rectos plano Horologij semper est, inexistit, vt patet ex fig. 27. 28. 29. & 30. prop. 44. eiusdem Expensionis Lam. 3. in quibus I L stylus est in plano D Y L, quod planis irregularibus rectangulum est, & perpendiculare Horizonti, & consequentèr quædam portio alicuius circuli Verticalis. Itaque idem erit præstandum in describendis sectionibus Verticalium, ac in describendis lineis horarijs, quod vt pateat

THEOR. I. PROPOS. LV.

Omnibus planis, quæ Horizonti æquidistant, & axi Verticalium rectangulè se habent, vestigia, & sectiones Verticalium tanquàm radij æquales circumferentias intercipientes deducenda sunt.

AXIS Verticalium est linea, quæ à Zenit discedit, & super Horizontem perpendiculariter cadit; si detur itaque aliquod planum, vt est quodlibet Horizontale, quod huic lineæ rectangulè se gerat, aut, quod idem est, æquidistet Horizonti. Dico vestigia Verticalium, atque sectiones in hoc plano esse radios æquales portiones sui circuli intercipientes.

Probatur ex propos. 14. Expens. 2. Nam hoc planum intercipit discos Verticalium rectangulè ad axem eorum, vt præsupponitur, sed ij partes suæ circumferentiæ Horizontalis æquales intercipiunt, vt ex 1. not. Ergo & tales angulos imprimunt in plano se secantes communi axi rectangulè ex dictis propos. 15. Expens. 2. fig. 5.

PROB. I. PROPOS. LVI.

Circulorum Verticalium sectiones describere in plano Horizontali.

DEtur planum alicuius Horologij, in quo fiat circulus centro, & puncto v. g. L, quo infigendus stylus, & diuidatur in quotquot partes æquales, primò in 4. Diametris A B, & C D rectangulè se decussantibus, deinde singuli quadrantes in partes v. g. 9., & à centro ad circumferentiam rectæ ducantur isti radij, vestigia, sectionesque Verticalium in plano Horizontali expriment, patet ex præced. Theor. Quod autem punctum L, quo infigendus stylus sit huius circuli centrum, patet ex fig. 1. 5. propos. 27. Lam. 1. Nàm stylus O t in Horologio Horizontali est in communi axe, vbi se intersecant Meridianus G F C B, & Verticalis primarius, qualis esset circulus, qui si fuisset descriptus per F, & V Polos Horizontis transiens ipsum Horizontem in R, & K secaret, quare punctum t est in axe circulorum Verticalium, & sic etiam hic punctum L, qui est in communi decussatione X Y Verticalis, & V B Meridiani.

THEOR. II. PROPOS. LVII.

Si planum aliquod axi circulorum Verticalium æquidistet; æquidistabit etiam alicui Verticalium discorum, & vestigia eorum, sectionesque erunt parallela.

PRobatur ex illis, quæ diximus Expens. 3. prop. 18. fig. 7. Lam. 1. Nam tales sectiones sunt illæ, quas imprimunt in plano axi æquidistante, quod ibi est in fig. 7. planum m n r t circuli se decussantes in axe communi X T, quare etiàm eadem erit ratio de discis Verticalium circulorum; Sectiones enim parallelas in plano axi eorum æquidistante imprimunt.

Collige in omnibus planis Verticalibus tum Horologiorum regularium, tum declinantium sectiones circulorum Verticalium parallelis exprimi. Ratio est, quia lineæ perpendiculari, qui horum circulorum axis est, æquidistant.

PROB. II. PROPOS. LVIII.

Sectiones Verticalium in omnibus planis Horologiorum Verticalium, tum regularium, tum declinantium inscribere.

PRimò à loco styli O ad lineam Horizontalem PX in tribus figuris 41. Meridionali, Verticali, 42. 43. Declinante, ducatur perpendicularis OH, quæ in Horologio Verticali erit eadem, ac Meridianus, qui, vt dictum est, Verticalis quoq; munia gerit, in Meridiano verò exprimit sectionem Verticalis primarij, at in Declinante exprimit quemcunque alium Verticalem, qui ad rectos angulos plano Horologij incidat, & à loco styli O mensuretur in eo longitudo styli OH, quæ est eadem ac Diametri Horizontis portio, quæ intercipitur inter centrum Mundi, & planum Horologij, eique horthogonaliter incidit, vt est in fig. 13. & 14 prop 27. Lam. 2. Expens. 5. portio I, O in fig. 10. propos. 22. Lam. 1. Longitudo LI, & in fig. 23. propos. 39. Lam. 3. Horologiorum declinantium recta CL. Secundò habita distantia centri H Horizontis à sectione Horizontali PX, si faciamus circulum quemcunque, & diuidamus in 36. partes, vel plures æquales incipiendo à Meridiano, vel Verticali, quæ in planis non declinantibus est OH, in declinantibus autem PI, vel OE, omnes angulos, qui in centro Mundi, & plano Horologij Horizontalis faciunt, circuli Verticales, obtinebimus, eodem more, & ratione, quo circulus centro in Meridiana, aut substylari linea existente descriptus, & in 24. partes æquales diuisus dat angulos horarios, cum horæ inscribuntur.

Et quia centrum H habet eandem distantiam à sectione Horizontali PX, quæ pro ratione styli dati requiritur, hinc est quod in ipsa sectione PX lineæ, radijque à centro H perducti, dabunt puncta D, E, & cæt. per quæ si parallelæ ducantur illæ exprimunt sectiones parallelas, quas Verticales in planis istis efficiunt ex Theor. præced. id verò probatur. Nam si circulus centro H descriptus est horthogonalis plano Horologij, vt est quando Horologium suo situ statuitur, aut exprimitur in fig. 19. pr. 22. Lam. 1. aut in fig. 23. prop. 39. Lam. 3. indubitantèr radij per centrum ducti in planum illud incidentes in ipsa sectione talia puncta signarent, per quæ ductæ parallelæ sectiones ipsas Verticalium exprimerent, quæ quia planum Horologij communi axi æquidistat parallelæ sunt, vt diximus de circulis horarijs Theor. 2. propos. 22. Expens. 4., & exprimitur eiusdem Exp. fig. 10. Lam. 1. Si cogites punctum A esse in Vertice, & circulum DKC in illa esse Horizontem, & IL esse stylum.

Sed nihil interest an circulus plano sit horthogonalis, siue non, dummodò semper centrum eadem distantia perpendiculari remoueatur, vt diximus prop. 9. Expens. 1. Ergo circulus à centro H descriptus, & OH distantia perpendiculari à sectione PX remotus bene puncta D, & E, & cæt. signat, quibus ducendæ sunt Verticalium parallelæ sectiones.

Quæres, quomodo in plano Horologij declinantis, vt est in fig. 43. ducantur radij Verticalis primarij, aut Verticalis Meridiani, à quibus circulis incipienda est diuisio. Respon. In Horologio nos habemus duo puncta, nempe punctum E, quo Æquinoctialis sectio horæ sextæ, & Horizontalis coincidunt, vt demonstratur Theor. 6. pr. 49. Expens. 9. & in quo Verticalis primarius secat, & punctum P, in quo Meridiana, eademque sectio circuli Horarij, & Verticalis cum istis tribus functionibus idem circulus inseruiat. Si ergo à puncto H centri Mundi, & Horizontis ducamus radium HE ad punctum E, vbi Aequinoctialis Horizontalem secat, & aliud ad punctum P. vbi Meridiana Horizontalem secat, habebimus duos radios Verticalis primarij EH, & Meridiani HP, & triangulum EHP, quòd necessariò erit rectangulum, quia Meridianus, & Verticalis primarius ad angulos rectos sint. Exprimitur autem hoc triangulum fig. 23. prop. 39. Lam. 3. Expen. 8. in triang. BL 6, quod ibi est horthogonale, hic autem super planum Horologij reclinatum, quod tamen nihil interest ex Theor. & propos. 9. Expens. 1.

THEOR. III. PROPOS. LIX.

Si aliquod planum Horizonti non æquidistet, nec axi Verticalium, tunc in eo sectiones eorundem ad commune centrum concurrent angulis inæqualibus.

PRobatur id ex Theor. 1. prop. 26. fig. 12. Lam. 1. Expens. 5. Nam si axi non æquidistat axem secabit, in quo omnia plana Verticalium conueniunt, ergo & sectiones ipsæ planorum conuenient. Quare, & ob id angulos inæquales efficient. Vide & prop. 27. Expens. eiusdem, vbi idem concluditur de circulis horarijs.

PROB.

PROB. III. PROPOS. LX.

Sectiones Verticalium in omni plano declinante ab Horizonte, declinanteque, & inclinato describere.

DEtur planum Horologij declinantis ab Horizonte in fig. 45. & declinantis, & inclinati fig. 44. in quibus linea Horizontalis B X, vel B Z locus styli C, & longitudo Gnomonis C L à loco styli C ducatur, si non sit ductas, perpendicularis C H ad horizontalem B X, cui à loco eodem C excitetur alia perpendicularis, si non sit excitata C P, quæ sit æqualis styli longitudini; connectatur deinde P I, & P K. Nam I P erit portio Diametri Horizontis inter planum declinans Horologij, & centrum Mundi intercepta, & P K portio Diametri Verticalis, & I K sectio Verticalis primarij in declinante tantùm: At in Horologio declinante, & inclinato est quilibet alius Verticalis.

Quod vt concipias in Horologio declinante inspice fig 3. propos. 16. Expens. 3. Lam. 1. & cogita gyrum B G A C esse Verticalem primarium, & G K M N R esse Horizontem. Intuereque triangulum ad O, rectangulum L O V, in quo terminat stylus Y O, sectio quæ Verticalis ibi est V L, hic I K Diametri Horizontis, portio O L qui terminat in sectionem Horizontem M N, vt hic P I terminat in sectionem Horizontalem B X. Sic ibi portio Verticalis O V, quæ terminat in sectionem Meridiani, qui transiret à Vertice F per K, vt hic P K in Meridianam K R terminat.

Pro declinante verò, & inclinato inspice fig. 26. prop. 43. Expens. 9. Quia ibi stylus est L C perpendicularis plano, & sectioni Verticalis proprij C A, vt hic P C super sectionem Verticalis C K perpendiculariter est erectus, sicut ibi L B distantia centri L à puncto sectionis Horizontalis B C terminat in punctum B intersectionis Verticalis Y B cum Horizontali C B, sic hic P I, à centro enim P, & Vertice styli terminat in I, vbi Verticalis K I secat Horizontalem B X, & sicut ibi L Y terminat in punctum Y, quo Meridiana A Y secat Verticalem Regionis L Y, sic hic P K secat in puncto K, quo Meridiana P K Regionis secat Verticalem K I, tandem est idem prorsùs triangulum L C B in fig. eiusdem Expens. 27., & 28. & 29., quod est inclinationis plani.

Habemus itaque punctum K, in quo se secant duo Verticales, Meridianus P K, & quilibet alius K I. Ergo etiam omnes alij ex Theor. 3. propos. 3. se in eo intersecabunt. Vnde K erit centrum sectionum. Rursùs habemus P I distantiā sectionis Horizontalis à centro in linea horthogonali.

Quarè si in I excitetur horthogonalis H I, ipsi B X, Horizontis sectio æqualis I P, hoc erit centrum Horizontis, in quo facto quolibet circulo, & diuiso in 36. partes æquales initio facto in plano declinante, & inclinato vel à puncto O, vel I in altero, quo sectio Aequinoctialis secat T O Horizontalem, vel à puncto T, quo Meridiana R K lineam eandem Aequinoctialem secat, deindè ab H ductis lineis occultis ad Horizontalem B X, illæ dabunt puncta vt X, per quæ à centro K ductis rectis, vt X K, vel Z K, & cæt. illæ erunt sectiones Verticalium in dato plano.

Quæres, Cur incipiamus diuidere circulum ab H descriptum à lineis, quæ transeant per puncta T, & O, vel I. Respondemus quod illæ lineæ sint radij, qui sectiones in Horizontis disco Meridiani, & Verticalis primarij exprimunt. Vnde necessario sibi in centro H ad angulos rectos occurrunt, vt dictum est in præced. probl.

Quæres secundò à quā sectione Verticali incipienda sit numerorum distributio.

Respondetur à sectione Verticalis primarij, quæ transit per punctum O in vna, vel I in altera fig. in quo secat Aequinoctialis Horizontem, & sectio horæ sextæ. Ratio est quia inde Astronomi circulos Verticales numerare incipiunt, talis est in fig. declinantium tantùm planorum C H fig. 45., declinantium simul, & inclinatorum, sectio O M fig. 44.

TRACTATVS GNOMONICVS II.

PARALLELORVM SECTIONES DESCRIPTAE IN HOROLOGIIS.

Circuli in Sphærâ duplicis rationis sunt, alij maximi, quales sunt circuli horarij, & omnes qui in duas partes æquales Sphæram diuidunt, alij sunt minores, qui, & dicuntur paralleli, qui non diuidunt Sphæram in duas partes æquales, illi non possunt esse paralleli, eo quod cum diuidant Sphæram in duas partes æquales debent omnes transire per centrum medium Sphæræ, & sic se in eo intersecare, alij verò possunt æquidistare, quia non transeunt per centrum; vnde non necessariò se intersecant. Igitur horum minorum circulorum sectiones, vel vestigia, quæ in plano Horologij describuntur, hic exquiruntur.

EXPENSIO I.

DE PARALLELIS IN GENERE.

TRES sunt species circulorum, quorum impressi caractêres in planis sciatericis desiderantur. Prima est, & præcipua, in quibus aliquo anni die per totam illam diem moratur Sol, vt sunt paralleli diurni, quos extra Aequatorem vna circumuolutione diurna suo itinere signat, secunda species est eorum quibus nunquàm versatur Sol saltem in aliqua regione, vt sunt circuli apparentium maximus, & delitescentium maximus, paralleli quoque Ciuitatum extra Zonam torridam degentium. Tertia est eorum in quibus aliquo anni tempore, & in aliqua hora diei reperitur Sol, quales sunt paralleli Horizontis, horum verò circulorum situs de ipsis agentes, explicabimus.

Quatuor autem sunt species figurarum, quas dum Sol eas percurrit, vel saltem imaginamur percurrere, etiam si verè non perambulet, imprimit, aut imprimeret in plano sciaterico, Omnes quidem curuæ, sed aliæ Ellypses, aliæ circuli, aliæ Parabolæ, aliæ Hyperbolæ, de quibus in conicis agimus; quare in primis erit probandum quod vestigia parallelorum tales figuras præseferant.

THEOR. I. PROPOS. I.

Sole perambulante Æquatorem radius Solis, & vmbra circa centrum Mundi in eadem superficie plana semper existit.

PRobatur, quia describit circulum maximum, centrum verò sphœræ est in plano cuiuscunque circuli maximi, cùm diuidat eam in duas partes æquales, quare Sol, & extremum vmbræ ipsius centro Mundi circumgyrans ex prop. 4. Expens. 1. huius, se circumuoluit in eodem plano circuli maximi existens.

THEOR. II. PROPOS. II.

Sole extrà Æquatorem existente, radius, vmbraque centri Mundi duas Conicas superficies verticibus sibi oppositis describunt.

PRobatur, Nam fig. 1. Lam. 6. cum Sol statuatur extrà circulum maximum AB, sed v. g. in CD, ita vt describat circulum minorem CHID, centrum Mundi erit in X extrà superficiem circuli quem describit, quæ est CHID, siquidem parallelus est ille, in quo centrum Sphœræ non est. Radij ergo qui per totùm iter, & circulum CHID feruntur ad centrum X, conuenient in idem centrum X, & ad circumferen-

ferentiam circuli, quo vagatur Sol C H D I, superficiem Conicam efficient, siquidem hæc est definitio Coni; nempe describi à lineâ circa circulum se mouens ab immoto puncto originem ducens, quod in superficie circuli illius non reperiatur, sed extrà.

Sed si radius facit Conum, vmbra quoque, quæ semper cum radio in eadem linea est necesse est facere, & alium conum ad partes oppositas, & à centro Mundi X circumferri per circulum F Q G P, ergo erunt duo Coni, vmbrosus, & lucidus sibi auersis verticibus in centro X, quos in parallelo perlatus Sol suo radio, pertingente ad centrum, & vmbra centri Mundi describit.

THEOR. III. PROPOS. III.

Si planum aliquod secet Conum lucis, vel vmbræ parallelè radio alteri, quieundem Diametrum coniungunt in ille plane ab vmbra, describetur linea Parabolica.

SIT planum aliquod fig. 1. Lam. 6. v. g. m n r, quod secet Conum F Q P G, sed alicui radioso triangulo G X F rectangulè, & alteri cruri X G æquidistanter, dico vmbræ extremum in plano describere lineam curuam P Y Q, quæ vocatur Parabola.

Probatur. Nam si concipiamus Conum X G F esse sectum per verticem in duas partes sectione perpendiculari ad planum m n r, sectio illa erit triangulum F X G, quæ, & transibit per planum m n r, & figuram in eo impressam diuidet in duas partes æquales, & faciet in eo sectionem Y T, quæ erit Diameter; Cùm ergo planum r m n sit æquidistans lateri X G, & Diameter Y T factus erit æquidistans à latere trianguli X G, cùm sit communis sectio plani m n r æquidistantis, & trianguli F X G, quare ex definitione lineæ Parabolicæ, hæc erit linea Parabolica: Siquidem illa est Parabola cuius Diameter vt Y T cruri, vt X G trianguli, F X G, Coni F X G Q P, qui per axem sectus sit, in duas partes, æquidistat.

THEOR. IIII. PROPOS. IIII.

Si planum aliquod secet Conos lucis, & vmbræ, ita quod ambos radios lucidos, vel vmbrosos, qui per eundem Diametrum transeunt interfecet rectangulè, illa sectio erit Ellypsis.

PRobatur, Nàm radij vmbrosi in fig. 2. Lam. 6. C X, & X D propos. 4. huius transeuntes per eundem Diametrum C D diuidunt Conum per axem in duas partes æquales, & hinc in plano infrà verticem X positum ab illa triangulari sectione C X D, diuiditur quoque fig. A I K O in duas partes per lineam A K B, quare A K erit Diameter, & occurret producta cruribus trianguli radiosi X C, & X D in A, & K, siquidem ille Diameter A K est sectio, quam in plano m n facit radiosi trianguli superficies C X B. Vnde ex definitione Ellipseos fig. A I K O erit Ellipsis, quæ definitur esse Coni sectionem; cuius Diameter infra verticem occurrit vtrisque cruribus trianguli secantis per axem Conum. Vnde si Sol perambulet parallelum Q R S T centrum illustratum X vmbram super planum n m in Ellipsim A I K O circumgyrabit.

THEOR. V. PROPOS. V.

Si aliquod planum ita secet Conos lucis, & vmbræ, vt productum possit, & secare triangula per axem ducta amborum conorum rectangulè ab vmbra describetur in ille plano Hyperbola.

PRobatur. Nam talis est definitio Hyperbolæ, quod sit sectio Coni, cuius Diameter producta alterutri crurum trianguli per axem ducti vltrà Verticem occurrit.

Sed planum t K in fig. 1. Lam. 6. vltrà verticem conorum X productum ambo triangula C X D, & F X G per axem ducta, secat; Ergo & linea O L, quæ est sectio communis triangulorum per verticem sectorum, & plani Horologij vltrà verticem X producta ab O in L secabit crus X G alterius trianguli radiosi F X D, & ideo in plano t, K fig. e, o, s à superficie Conicâ C H D I X descripta erit Hyperbola.

THEOR. VI. PROPOS. VI.

Si Conus radiosus secetur ab aliquo plano rectangulè ad axem, tunc erit figura ab extremo vmbræ descripta circulus.

PRobatur. Quia tunc planum se sternit, vt basis coni radiosi, vt est fig. 2. Lam. 6. Q R S T, quare cum basis coni sit circulus, etiàm planum in se ipso recipiet, tanquam basis coni figuram circularem; talis enim est figura, quia planum secans rectangulè ad axem conum facit, vt patet ex definitione baseos circuli.

Corollarium.

Hinc deduces, quod licet dentur aliqui pa-

paralleli, in quibus nunquàm est Sol; nihilominus si pro radijs Solaribus substituantur rectæ lineæ, quæ per centrum transeant ab eorum circumferentia demissæ etiam ipsæ duos conos ad verticem facient; Vnde plana pro diuersa sua inclinatione ad latera trianguli conici similes figuras, nimirùm aut circulum, aut Ellipsim, aut Hyperbolam, aut Parabolam recipient ab extremis illarum linearum in se terminantibus tanquàm si essent lineæ radiosæ; Est enim par ratio de lineis, seu radio ductis, seu manu, seu etiam imaginatione.

EXPENSIO II.

DE PARALLELIS DIVRNIS SIGNORVM CIVITATVM, ET ARCVVM DIVRNORVM, ET CÆT.

DVplex est in plano parallelorum descriptio, alia quæ vocatur Analema, in qua raprefentantur pro circulis ipsis eorum Diametri, cum Diametro Æquatoris, & Horizontis, & Diametri circuli apparentium, & delitescentium maximi, cum axe Mundi in plano coluri solstitialis, alia est quæ fundatur in præcedente Analematis descriptione, & propter quam illa fit, in qua raprefentatur vestigium alicuius paralleli, quod describeret vmbra centri in plano Horologij, dum Sol illum parallelum per illam diem obambularet. Artificium præcipuum delineandi Analematis in eo situm, vt declinationes parallelorum, quos ducit Sol in principio alicuius signi inueniantur, qui licet propriè tales non sint, quo Sol ad idem punctum verè non redeat, à quo recessit antecedenti die, sed magis ad Tropicorum aliquem accedat, cum tamen modica sit aliquorum minutorum deuiatio, non Helicæ circulationes, vt verè sunt, sed circuli perfecti paralleli Æquatori reputantur, cum ita se gerant ad sensum. Igitur ad horum circulorum descriptionem, quos ducit Sol dum in aditu alicuius signi reperitur Analema deseruit, quod delineare intendimus.

PROBL. I. PROPOS. VII.

Analema ad quamcunque Poli altitudinem delineare, data eius altitudine, & maxima declinatione Solis.

FIAT circulus, in fig. 3. Lam. 6. qui exprimat discum coluri solstitiorum ABHD, in quo trahatur Diameter CB, qui raprefentet sectionem, quam cum disco coluri solstitiorum facit Horizon CPB, cognita verò sit tui Poli altitudo YB v.g. 44. Grad. Quare diuiso quadrante circuli ABHDC in Grad. 90. assumes arcum BY Grad. 44. deducesque Diametrum, & axem Mundi YD per centrum V coluri CABD, & quia Æquator distat à Polo Mundi, siue sit ille Arcticus Y, siue Antarcticus D Gr. 90. hinc ad Y versùs G, & versus H per centrum V deducatur Diameter GH, axi DY rectangulè, qui erit Æquatoris GPH, raprefentabit sectionem eius, quàm facit cum coluro solstitiorum.

Postmodum à G versùs D, & ab H versùs Y mensuratâ maximâ declinatione Solis GF, & HK ducatur Diameter FH per centrum Mundi V, qui erit Diameter Eclipticæ FPK, siquidem Diameter Eclipticæ, qui à punctis Solstitialibus ducitur, & in disco coluri eorum trahitur, maxime distat à Diametro Aequatoris, qui in plano eiusdem coluri Solstitiorum describitur, & hi vtpotè, qui transeunt per centrum V Diametri maximorum circulorum sunt.

Cum autem Sol super axem Mundi YD se gyrans motu diurno non semper in Aequatore sit, sed solùm bis in anno cum est in Aequinoctio, & maximum gyrum trahit, cæteris autem diebus trahat quotidiè circulum minorem, vt MRN, & FOT, dum punctum R cum tota Ecliptica mouetur super Polos Mundi DY, non autem ipsius Eclipticæ, hinc est quod saltem illi paralleli sint describendi, quos ducit Sol cum in initijs signorum in Ecliptica reperitur, & per quæ in 12. partes æquales Ecliptica diuiditur, quales partes sunt K, Q, E, P, R, O, F, & ad aliam partem L, q, I, t, r, sic verò describentur, diuides semirculum Tropici FA 3. K in 6. partes æquales, & deductis perpendicularibus vsque ad Diametrum Eclipticę 2., 6., & A, b, & 4.7. & 5., 8., puncta signata K, 8., 7., v, b, 6., F, erunt ea per quę ducentur paralleli ad signorum initia Km, 8 n, 7 92., ad Aequatorem, & ad aliam partem Aequatoris M, N, e, 6., & F, T, quod verò ita sit, Probatur.

Cum isti paralleli solùm Aequatori sint æquidistantes, clarum est quod secabunt Eclipticam, aut eam tangent. Tangent autem Tropici, prout in Sphœra dictum est qualis FOT tangit in F, secabunt autem alij vt MRN, qui secat in Rq, alij autem circuli minores non sunt raprefentati, sed solum eorum sectiones OL, & Rq, & Et, & Qt. Probandum est autem priùs, quod hæ sectiones in eodem puncto v.g. b incidant, quo se secat Diameter paralleli, & Diameter Eclipticæ. Nam hi duo se Diame-

metri interſecabunt, cùm plana, in quibus ſunt, conuenient; Conueniunt autem ſolum, cum ſe ſecant in R, q, ergo ſectio R q, tranſibit per b, vbi ſe ſecat Diameter Eclipticæ K F, & paralleli M N, & ſic dicas de alijs.

Quod cum ita ſit cogita circulum Eclipticæ F P X I eſſe reclinatum circa Diametrum F K, tanquàm circa cardines vertetur, & demiſſum ſuper Colurum Solſtitiorum; certè iſti duo circuli, cum æquales ſint, ſe inuicem commenſurabunt, & circumferentia ſemicircularis F P K, ſi applicetur, & ponatur ſuper ſemicirculum F 3. K, illi vndequaque conueniet, ſicut & eius omnes partes, quæ æqualis ſemicirculi, & æqualis numeri neceſſariò æquales erunt. Ergo pars eius diſci v. g. F O R P E Q K, conueniet omninò cum 6., 3., A, 3.4.5, coluri. Cùm enim eundem arcum, & æqualis circumferentiæ ſubtendat, ſinus rectus b A erit idem ac b R, & ſinus verſus b V deſeruiet pro ambobus; ergo perpendicularis A b ſecabit Diametrum Eclipticæ F K in eodem puncto in quo perpendicularis R h. Ergo dabit punctum b per quem tranſit Diameter paralleli M b N; & ſe interſecat eum Diametro Eclipticæ. Vnde per b ductus Diameter paralleli eam diſtantiam proportionalem habebit ab Aequatore, quam parallelus ille exigit, & quam Arcus 30. Grad. P R, in quo ſecat Eclipticam, & diſtat ab Aequinoctio P, ſic b O dabit punctum O, quod diſtantia O F à ſolſtitio F repoſcit, ſic poteris argumentari de alijs. Itaq; ducta à centro V linea V 3. perpendiculari Diametro Eclipticæ F K erunt duo quadrantes F 3., & 3, K, quos in tres partes diuides, & à punctis eas terminantibus A, 2., 4., 5., duces parallelas ipſi V 3. & normales Diametro Eclipticæ F K, & ſignabunt in eo puncta 8., 7., V, b, 6., per quæ duces parallelas 8 n, 7 9., M b N, & 6 e, eruntque Diametri parallelorum ad initium ſignorum. De Diametris verò Tropicorum F T, & K m patet, quod ſint benè tracti, eo quod eam diſtantiam habeant à Diametro Aequatoris, quam exigit ſumma Eclipticæ declinatio Gr. 23. m. 30. G F, vel H K, & arcus 90. Gr. P F, vt ex Sphæra conſtare poteſt.

Tandem trahes duos alios Diametros C X, & Z B axi Mundi horthogonaliter à puncto B, & C, quo Horizon C P B Meridianum G A B H C, qui etiam eſt colurus ſolſtitiorum ſecat, qui exprimunt circulum apparentium maximum Z B, & deliteſcentium maximum C X, qui horthogonales Axi Mundi, paralleliquè Aequatori tangerent Horizontem ijs ipſis punctis, quo Meridianum ſecat, Colurus verò ſolſtitiorum bene, & Meridianum exprimit, cum meridie ſolſtitij ad ſenſũ Meridiani loco ſit.

PROB. II. PROPOS. VIII.

Diametros Parallelorum ſignorum in Analemate alio pacto delineare.

FIAT circulus in fig. 4. Lam. 6. C G B H, centro V, Diametroque Horizontis C B diuidatur, & iuxtà datam altitudinem Poli B Y, ducatur axis Mundi Y D, & diſtantia Y G Gr. 90. ducatur Diameter Aequatoris G H, & ad diſtantiam G F, & cæt. maximæ declinationis 23. Grad. & m. 30. ducantur Paralleli Tropicorum F T Capricorni, & m r Cancri: Centroque V interuallo V I, vel V Q, ſinus maximæ declinationis circulus ducatur, quorum ſinguli quadrantes, vt Q 8. vel Q A axe Mundi, & Diametro Æquatoris facti in 3. partes diuidantur. Nam ſi per diuiſiones 6. & 3. ſicut & per 2. & 4. parallelæ G H Æquatori agantur hæ erunt Diametri Parallelorum ſignorum. Probatur autem; Sit enim Colurus ſolſtitiorũ in alia figura 5., D G Y H, Aequinoctiorum verò D P Y, Diameter Aequatoris G H, Ecliptica F P S, cuius quadrans F K L P, diuiſus ſit in tres partes æquales in K, & L, & quia inclinat ad Colurum Aequinoctiorum, quantum eſt complementum D F declinationis, hinc eſt quod à partibus K, & L deductæ perpendiculares cadent rectangulè, ſuper planum coluri Aequinoctiorum D P Y in punctis M, & N, & O, quæ vtpotè eidem plano perpendiculares erunt æquidiſtantes, ductis ſimiliter à punctis K, & L rectis K Q, & L R parallelis ad Diametrum Eclipticæ F V coniungentur lineis O, V, & M Q, & N R, quas patet eſſe parallelas, vtpotè coniungentes parallelas in eodem plano coluri Æquinoctiorum, quo præſtiro ſic Probl. demonſtratur, Cùm triangula F V O, & Q K M, & R L N ſint parallelis concluſa, erunt ſimilia, & æquiangula ex Cor. Theor. 6. Propoſ. 4. Euc. Quare tandem proportionem cõſequeremur Q K ad F V Diametrum, quam M Q ad O V. Vnde ſi V O ponatur ſemidiameter circuli, ita erit M Q ad ſemidiametrũ O V, ſicut Q K ad ſemidiametrum V F, quare vt ille eſt ſinus rectus 60. Grad, nimirùm arcus P K, ſic & M Q in circulo punctato, cuius ſemidiameter V O erit ſinus rectus 60. Grad.

Sic argumentare de triangulo N R L, quod cum ſit æquiangulum, quòd laterum

pa-

parallelorum exiſtat cum triangulo O F V, eandem rationem habet crus L R ad ſemidiametrum V F, vt baſis N R ad O V, quare in ſuo circulo eundem arcum ſubtendet.

Cum ergo N R, M Q dicant proportionem ad O V, quam R L, & Q K ad radium F V erunt ſinus eorundem arcuum v. g. Gr. 30. vel 60. in circulo, cuius radius O V. Quamobrem ducto circulo P N M O, & diuiſo in tres partes eius quadrante P N M O ſinus eius recti N R, & M Q dabunt declinationem puncti L, & K ab Æquatore, & productæ M n, & N m parallelæ Æquatori declinationes eaſdem ſignabunt G n, & G m, quas K, & L puncta dediſſent.

Corollarium.

Hinc addiſces, quòd facto iuxtà altitudinem tuæ regionis Analemate, quomodo poſſit partiri circulus Cancri, & Capricorni, ita vt arcum diurnum, nocturnumque exprimat. Nam ſumpto Diametro Q m, & fig. 4. Lam. 6. ſi deſcribatur circulus ad illud interuallum A B C D, in fig. 6. Lam. 6. Deinde aſſumatur Diametri portio m x ex Analemate, & transferatur ſuper A B, & ſit A E, & per punctum E agatur normalis D C ipſi A B erit diuiſus circulus Cancri in duos arcus diurnum C A D, & nocturnum C B D, ſic ex Analemate ſumpto F Z, transferatur in A B, & ſit A F; Nam normalis ipſi A B, à puncto F educta, quæ ſit H F G, diuidet parallelum Capricorni in arcum diurnum G A H, & nocturnum G B H. Nam Diametri portiones X m, & Z F, quæ ſecantur à Diametro Horizontis C B in Analemate ſubtendent eoſdem gradus, & arcus circuli paralleli, cum ſint in plano, diſcoque Meridiani, vnde neceſſe eſt, vt hinc, & inde arcum diurnum, ſeu nocturnum obtineat æqualem correſpondentem, & H G, ſeu D C ſint ſectiones Horizontis, & paralleli, vtpotè tranſeuntes per puncta F, & E, per quæ ſecat Horizontis Diametrum parallelos: Ergo arcus diurnos, ſeu nocturnos, in quos ab Horizonte parallelus diuiditur, exprimit.

Corollarium 2.

Hincque deduces, quot horas contineat arcus diurnus, vel nocturnus; ſi diuidas circulum in 24. partes æquales incipiendo vt in fig. 6. Lam 6. pro Cancro à C, vel in Capricorno à G, & procedendo ſi horas Italicas cupis versùs arcum nocturnum C B D Cancri, vel G B D H Capricorni, & deinde per diurnum vt in figura; Pro Babilonicis autem contrà, pro Aſtronomicis autem incipiendo à puncto Meridiani A, ſic vides in fig. Arcum nocturnum Cancri continere horas 8. cum ⅓, nempe C B D diurnum D A C horas 15. ⅔. Deueniemus quoque in cognitionem, quâ hora Italica naſcitur Sol. Nam in exemplo naſcitur in Tropico Cancri, eum habet horas 8. ⅓, cum talis ſit arcus nocturnus, quod ſi velles ſcire quâ hora Aſtronomica naſceretur, incipienda eſſet partitio à puncto A, & daret tibi quæſitum, naſcetur enim hora 4. cum tertia parte, & paulò ampliùs.

Corollarium.

Hinc autem, & à præced. propoſ. facillimè elicies, cuius ſigni ſit parallelus cognoſcere, & ei debitum nomen, vel caracterem apponere. Nam cùm Sol Tropicos tantùm tangat, eiſque ſemel in anno verſetur ſolummodo pro initio ſigni Cancri, & Capricorni deſeruiunt, vnde in fig. 4. Lam. 6. m r parallelo, qui magis ad Polum eleuatum Y accedit, appones caracterem Cancri, ſicut & remotiori F T Capricorni; at quia in alijs omnibus bis in anno reperitur, & cum recedit, & cum accedit ad Æquatorem, hinc eſt quod pro geminis initijs quilibet deſeruiat, & illius per quem recedit, & illius per quem accedit. Vnde Tropico Cancri immediatè ſequenti appones Geminorum, & Leonis ſignum, & altero, qui ſequitur, Tropicum Capricorni caracteres Aquarij, & Sagittarij. Illi verò qui Æquatoris ſtipat latus Boreale, inſignia Tauri, & Virginis, ſicut & alteri Auſtrali Scorpionis, & Piſcium. Ipſi verò Æquatori caracteres Libræ, & Arietis.

PROB. III. PROPOS. IX.

Declinationes Parallelorum dierum certorum, & Ciuitatum ſub Zona torrida exiſtentium in Analemate deſcribere.

PLacet aliquando cognoſcere in Horologio ipſo Sole extremitate vmbræ monſtrante, vel qui dies feſtus recurrat, vel qui dies initia menſium exordiatur, id autem cognoſcitur, ſi in Horologio veſtigium, ſeu ſectio illius paralleli ducatur, cuius cognitio ex Horologio haberi deſideratur. Nam eâ die lineam illius diei curuam deſcriptam in plano Horologij extremitas vmbræ continuò feriet. Sed quia antequam in Horologio illud veſtigium deſcribatur priùs oportet eius declinationem agnoſcere, hinc eſt quod eam priùs mediante Analemate inuenire opus ſit.

Reperiatur itaque gradus, quem poſſedit Sol eo die in aliqua Ephemeride, conſideretur que an ſit Gradus ſemicirculi Borealis, ſeu Auſtralis. Nam ducta perpendiculari

V 3.

V. g. à puncto 3. in fig. 7. Lam. 6. huius, quod exprimit Aequinoctium numerabitur distantia illius Gradus diei requisiti à puncto Aequinoctij 3. si ille Gradus est Borealis versùs K, si est Australis versùs F v. g. datus sit 1. diei Aprilis, quo Sol 1668. possidet Gr. 12. & m. 34. Arietis numera Gr. 12. m. 34. à puncto 3. versùs K, quod radius Eclipticæ V K sit Borealis; ducesque lineam punctatam 47. normalem ipsi F K Eclipticæ Diametro, & per punctum 7. duces Parallelum NM, qui est diei primę Aprilis. Sit item describendus parallelus diei primæ Octobris eiusdem anni Sol meridie illius diei est Gr. 9. m. 45. quibus additis G. 30. quos iam confecit Sol ab ingressu Libræ sunt Gr. 39. m. 45., & quia iam Sol possider signa Australia numero à puncto 3. versùs F, ductâque ipsi F X perpendiculari 92. per punctum 2. duces parallelum L T, qui erit Parallelus, quem ducit Sol prima die Octobris eo anno. Verùm si isti Paralleli debeant deseruire pro pluribus annis, non adamussim rem ostendunt, eo quia recurrente eâdem die non semper Sol eundem Gradum teneat, tum ob bissextum, qui anno additur, tum ob excentricitatem Solis, & cæt. Ostendent tamen semper proximè, vel ipsam diem, vel hanc, aut alteram diem.

Quod si paralleli Ciuitatum, quæ sub Zona Torrida degunt describere placeat ab ipso Aequatoris puncto G, vel H datas latitudines numerabimus hinc, & inde, prout latitudo data vel fuerit Borealis, vel Australis.

Vsusque erit scire quo anni tempore Sol ijs Regionibus culminet, & verticalem situm in meridie obtineat.

PROB. IIII. PROPOS. X.

Radios signorum dierum, ac Ciuitatum data declinatione cuiuslibet paralleli eorum deducere.

ID facilitèr operi mandatur. Nam dato parallelo M N, vel T L in fig. 7. Lam. 6. prop. 9. v. g. trahemus à puncto declinationis M, & N ad centrum rectas, quæ exprimunt radios Solis in parallelo existentis per centrum Mundi transeuntes, conicamque superficiem iuxta dicta prob. 2. huius, dum Sol per totum gyrum paralleli currit, cuius Diameter est M N, vel T L texentes, simulque habemus triangulum Conicum ductum per verticem Coni M V N, vel L V I, quod absolutè necessarium est, vt infrà, ad Conicas sectiones describendas.

P. D. Guarini de Horolog.

THEOR. V. PROPOS. II.

Paralleli arcuum diurnorum, circuli minores sunt æquidistantes Æquatori secantes Horizontem ijs ipsis punctis, quibus à circulis Horarijs secatur.

AD hoc vt Analemate Diametros Arcuum diurnorum describamus, eorumque declinationes noscamus, necesse est prænoscere, quidnam sint, & quomodò secentur cum circulis horarijs in Horizonte.

Cum enim arcus diurni illi Paralleli sint, quibus Sol perambulans diem, vel vna hora, vel pluribus, vel aliqua saltem horæ parte adauget, necesse est vt transeant per illud Horizontis punctum, per quod transit circulus Horarius. Inspice Lam. 2. fig. 14. propos. 27. & 15. item propos. 27. Nam Parallelus æstiuus punctatus L Z N secans Horizontem in N in fig. 14. & X in 15. est, quo Sol existens diem 4. horis adauget. Siquidem in fig. 14. tunc solum diem 12. horarum faceret, si pro dimidia sui parte parallelus ille, nempe quo secatur à circulo horæ sextæ A L B, in L super Horizontem extaret, at extat magis, nempe per interuallum L M ab hora septima, & octaua interceptum; Ergo etiam Sol illud perambulans per totum illud itineris spatium super terram commoratur, & dùm quadrans eius Orientale, & Occidentale duabus horis augetur, euenit, vt 4. horis super 12. totius semicirculi nostrum Hemisphærium illustret; Sic dicas in eadem fig. 14. de Parallelo Q H, hyemali, cùm enim secetur ab Horizonte in Q, vbi secatur ab hora quinta, hinc est quod ei deficiat vnius horę spatium, vsque dum compleat quadrantem Orientalem, & sic dicas de quadrante Occidentali. Vnde Sol in eo existens super terram moratur solum quinque horis ante meridiem, & quinque horis post meridiem, id est per totam diem decem horis, si verò vellemus arcum diurnum, quo augeretur dies vnâ horâ, iste secaret Horizontem eo in situ, & puncto, quo semihora secat, siquidem, dum quadrans Orientalis semihora, sicut & Occidentalis augetur totus semicirculus integrâ horâ accrescit.

Paralleli itaq; arcuum diurnorum sunt, qui secant Horizontem eo ipso in puncto, quo à circulis horarijs secatur. Quamobrem necesse est vt prius noscamus quęnam circumferentiæ Horizontales à circulis horarijs intercipiantur, ad hoc vt sciamus, quâ ab Æquatore distantia, seu declinatione delineandi sint.

 Arcus

Arcus autem Horizontales à circulis horarijs intercepti non sunt æquales, quia circuli horarij non secant Horizontem, nisi eá in Sphœrâ, qua Polus verticem tenet ad angulos rectos, aut ęquales, qua ipse Aequator Horizon est, quia quibuscunq; alijs Sphœræ sitibus, quibus dies inæquantur semper Horizon est Aequatori inclinatus. Vnde circuli Horarij Astronomici, qui in æquales partes diuidunt Aequatorem, cui sunt recti, nullum alium circulum in tales æquales partes possunt diuidere, vt ex fig. 14. prop. 27. quilibet concipere potest.

Igitur hos Horizontis arcus, qui à circulis horarijs intercipiuntur sit primum institutum inuenire,

PROB. V. PROPOS. XIII.

Arcus Horizontis à circulis horarijs interceptos inuenire.

CONsideranda est primò fig. 12. prop. 26. Lam. 1. in qua plana se inuicem intersecantia ad æquales angulos in axem MI, qualia sunt CIDK, & BIAI, non tamen eosdem æquales angulos in plano, quod ea, & axem eorũ MI obliquè intersecat suis sectionibus imprimunt, vt ibi diximus: sed si vellemus illos habere v. g. angulum CMB, quem ad M apud axem faciunt sectiones MB, & MC planorum CIDK, & BIAL in plano se secantem, sufficeret solùm cognoscere angulum BMC, crus MB, & crus CB. Nam habito angulo, & duobus cruribus ex Euc. 4. prop. 1. habemus angulos angulis alijs æquales, & totum triangulum toti æquale. Circuli autem Horarij se intersecant cum axe Mundi ad angulos æquales 15. Grad. 5. Horizon verò omnes eos secat, sicut & axem Mundi. Ad hoc ergo vt habeamus angulos ad axem à planis circulorum horariorum in Horizontis plano ab eorum intersectionibus iunctos, sufficiet cognoscere eorum duo crura, & angulum, quem duo crura nota efficiunt, huius autem rei hoc modo in cognitionem veniemus. Sit fig. 8. Lam. 6. in qua ABCG Apparentium maximus, FOE Aequator, AVCD Meridianus, AFDE planum Horizontis, in quo delineatur Horizon AFDE. Apparentium circulorum ABC, aut semper Delitescentium maximus cum sit parallelus Aequatori, & rectus Axi Mundi diuiditur à circulis horarijs in æquales angulos iuxta Doc. prop. 14. Igitur si eius planum, sicut & Horizontis planum imaginemur, non circulare, ità vt solùm tangat in puncto A, sed taliter dilatatum, & quadratum, vt in communi tangente AP Diametri AO Horizontis, & Diametri AC circuli Apparentium maximi se inuicem tangant, tunc in plano circuli apparentiũ maximi ABC habebimus angulum rectum A, vtpotè tangentis & radij AR, & basim AP, quam dat sectio RIP horæ v. g. 10., quæ à Meridiano puncto A distat Grad. 60. Habemus quoque notum crus AT, qui est semidiameter Horizontis, itaq; iam nouimus duo crura AT, & AP, ideoque Geometricè deueniemus in cognitionem anguli ad axẽ ATP, iuxtà prædicta, quem mensurat circumferentia Horizontis A 10., & consequenter sciemus circumferentiam Horizontis, quæ inter Meridianum, & circulum horæ sextæ mediat, & sic de alijs.

Ad hoc itaque, vt hæc doctrina operi cõmitiatur, ducto pro describendo Analemmato Lam. 7. fig. 9. quo Paralleli arcuum diurnorum trahi oporteat Coluro solstitiorum, simulque Meridiano CGBX, Diametro Horizontis CB, Verticalis mX. Æquatoris GH eodem modo, quo Probl. 1. Propos. 7. dictum est ducantur exinde Diametri circulorum semper Apparẽtium, & semper Delitescentium maximi XC, & ZB, à puncto B, & C, quo Horizon secat Meridianum paralleli Æquatori; habebimusque semidiametrum horum circulorum RB, ad cuius interuallum seorsim fig. 10. Lam. 7. fiat, quod sufficit, quadrans circuli AB centro R, diuidaturque in 12. partes, & per earum singulas rectæ ducantur ad tangentem AP productam, quantum oportet, vt omnes rectas recipiat in illam terminantes. Sic enim obtinemus angulum rectum semidiametri apparentium maximi, & tangentis eiusdem, quæ vt dixi est etiam tangens Horizontis. Pariterque bases angulorum, quas circuli horarij faciunt cum Meridiano. Siquidem rectæ ad tangentem deductæ, vt RIP, exprimunt sectiones horariorũ circulorum in semper Apparentium maximo effectas, & productas vsque ad tangentem, vnde si in AR producta vsque ad T mensuremus semidiametrum Æquatoris HT, figuræ 9. quod in hac figura sit AT, iam habebimus crura duo, vt AP, & AT, aut AV, & TA, & angulum rectum VAT, & ideo æqualem angulo recto RAV. Quare ducta basi TP, aut TV, habebimus angulum ad axem, & centrum T in Horizonte, vt PTA, & VTA. Vnde ducto Quadrante Horizontis AX, habebimus consequenter arcus interceptos, qualis est FA, LA. Vnde, ductis perpendicularibus FN, & LM, ad Diame-

trum

trum AT, & cær. consequemur rursùs partes Diametri interceptas, & distantias ab Æquatore, qui transit per centrum T. Quamobrem transferemus distantias TN, & TM, & alias in Analema anteà præparatum fig. 9. Lam. 7. super Diametrum Horizontis à centro T, hinc, & inde, & iam agnouimus puncta, per quæ in Diametro Horizontis transeunt Diametri parallelorum arcuum diurnorum; Vnde per ea lineæ ductæ KNP, & VMQ & cæteræ parallelæ Æquatori GH in fig. 9. Diametros eorum expriment, & arcus GP, & GQ Meridiani inter Æquatorem G, & parallelum quemlibet intercepti declinationem demonstrabunt, & tandem lineæ ductæ PT, ad centrum T, & QT, & cæt. radios, quos iacit Sol per centrum Mundi T, dum in illis motus suos ciet. Nota tamen quod non est necesse trahere nisi eos qui inter Tropicos includuntur, prout obliquitas Sphæræ loco tuo conueniens, plures, vel pauciores dabit; cœteros verò nequaquam, cum ad eos non perueniat Sol, qui nunquam limites Tropicos excedit.

Nota quoque Diametros arcuum diurnorum, quos hìc descripsimus, esse eos, quibus augetur semicirculus diurnus vnica hora. Vnde in circuli Apparentium maximi fig. 10. Lam. 7. quadrante RAB, traximus etiam sectiones circulorum semihorarum, quod in 12. partes diuiserimus, ad hoc vt dum augescit quadrans quilibet semihora, totus semicirculus hora integra augeatur.

PROBL. VI. PROPOS. XIIII.

Arcuum diurnorum radios absque parallelis ducere.

PRæcedens operatio cognitioni arcuum diurnorum magis deseruit, & eorum proprietates, originemque demonstrat, hæc verò breuior est, & expeditior, sed non est adeò apta ad demonstrandum originem parallelorum arcuum diurnorum, cum in illa non describantur. Vnde nec radiorum ipsorum, qui ab eis enascuntur. E centro A describatur quicunque circulus, qui locum coluri solstitiorum, aut Meridiani teneat BDCE, in eoque Diameter Aequatoris FAG, Horizontis BC, circuli apparentium maximi, atque delitescentium BE, & DC. Ducatur tandem BD, quæ subtendat BF altitudinem Aequatoris, & ei arcum æqualem FD, in cuius medio puncto P facto centro, circulus describatur interuallo BP sinus altitudinis Aequatoris, & diuidatur in 48. partes, licet ob angustiam nos diuiserimus tantùm in 24., & per puncta diuisionum ductis, qualis est IH, parallelis ad Æquatorem, vbi intersecant BD in I, ducatur radius AL, à centro A. Nam dico hunc esse radium arcus diurni, qui prouenit à puncto L, declinationis FL, quæ est declinatio illius paralleli, cuius est radius diurnus, & secaret in puncto L.

Quod vt probetur à puncto L trahatur ipse parallelus diurnus LT, qui secet Horizontem in puncto V, circaq; illum sinus semicirculus LXT. Nam si VL subtendet arcum tot gradus, quod BI, per quam radius ab A ductus, & terminans in L ducitur v.g. vt in exemplo 120. Grad. erit quoque radius per I ductus eius paralleli, cuius semiarcus diurnus subtendit 120. Grad. vnde absque parallelo LT habebimus eius radium diurnum LA, cuius arcus diurni quantitas mensuratur per BI, & declinatio per FL.

Probatur verò. Nam in triangulo BHI, ob parallelas PA, & IH, ex Coroll. propos. 4. Eucl. 6. ita est BH ad BA, vt BI ad BP. Rursùsque in eodem triangulo ob parallelas BI, & AO, vt est BH ad BA; ità proportione respondet IH ad IO.

Sed in triangulo LAV ob parallelas LV, & IH, vt refertur IH ad HO; ita LV ad LK. Ergo ex æquo proportionem illam BI ad BP, quã LV ad LK; Siquidem probatum est esse eandem, quam IH ad IO, & hanc, quam BH ad BA, & hanc, quam ipsius primò assumptæ BI ad BP.

Quamobrem subtendent similes arcus BF, & BL, sicut LK, & LV; Ideoque cum LK sit Diameter paralleli arcus diurni, punctum V erit illud per quod ductus incidit in L, vbi etiam ducitur radius LA, per I ductus.

PROBL. VII. PROPOS. XV.

Almucantarath, nempe parallelos Horizontis, & radios eorum ducere.

HÆC pragmatica nullius negotij est, siquidem facto circulo quocunque centro V Lam. 7. fig. 12., & tracto Diametro Horizontis HB, nec non & verticalis KG, quilibet quadrans BG, & HG, sicut & NK, & BK in 90. partes æquales distribuatur, nos in 3. tantum ob perspicuitatem figuræ distinximus, & per eas partes parallelæ GF, DL, RQ, & NO Diametro Horizontis HB agantur. Nam erunt Diametri Almucantarathici, seu circulorum Horizonti æquidistantium, deinde ab ijsdem diui-

diuisionibus radios ducemus per centrum V; vt sunt D O, L N, & alij, & radios illorum parallelorum nacti erimus.

Iamque habemus omnes parallelos, qui in horologio describi solent. Nempe præcipuos initij signorum, nec non arcuum diurnorum; Latitudinis vrbium intra Tropicos existentium; Dierum, vel festorum, vel initij mensium, in quibus omnibus aliquo anni die per totam diem reperitur Sol.

Sunt etiam paralleli Horizontis, in quibus aliqua diei hora per aliquam anni partem reperitur Sol, vt dicemus, & tandem illis, in quibus nunquam reperitur, vt sunt semper Apparentium, & Delitescentium maximi. Si tamen adeo Sphœra obliqua nō sit, vt in Tropicis, vel intra Tropicos reperiantur. Restat nunc, vt videamus, quomodo eorum vestigia in Horologio describantur.

EXPENSIO III.

DE SECTIONIBVS, SEV VESTIGIIS OMNIVM PARALLELORVM ÆQVATORIS IN HOROLOGIO DESCRIBENDIS.

Dvplex est modus, alius generalis, de quo egimus in Conicis, quem hic applicare docebimus, alius particularis ex ipsis lineis horarijs proueniens, cuius rationes, & fundamenta declaratuti sumus.

PROBL. I. PROPOS. XVI.

Positionem, Diametrum, Applicatam, Centrum, Vmbilicum, Parametrum, cuiuscunque sectionis Conicæ inuenire, & eam ex Analemate describere, data altitudine Poli, & longitudine styli.

In quocunque Analemate datur triangulum Conicum, cuius duo latera Diametraliter opposita sunt hinc inde in superficie Coni, basis verò est ipse parallelus, talis erit in Analemate, quo initia signorum descripta sunt T V F, & K V m, & cæt. In Analemate fig. 4. Lam. 6. quo parallelidierum, triangulum T V L, in Analemate arcuum diurnorum Lam. 7. fig. 9. V T Q, aut P T R, in Analemate tandem parallelorum Horizontis N V O, vel D V L Lam. 7. fig. 12.

Notandum quoque, quod in quolibet Horologio, si sit regulare, nos notam altitudinem Poli super planum ipsius habere. In Horologio verò irregulari ex ipsa constructione eam adipisci, & tandem in Horologio quod sit dato loco, & stylo ex ipsa descriptione posse deduci, vt patet in quolibet ex Horologijs iam delineatis.

Trahatur itaque in quocunque Analemate, vt in fig. 12. propos. 16. linea m n, vel in fig. 13. C B si iam non adsit, eo quod Horologium sit regulare, & æquidistet, aut axi Mundi, aut Aequatori, aut Horizonti, aut Verticali, quorum Diametri iam in Analemate reperiuntur, quæ faciat eum axe Mundi angulum L V n, æqualem altitudini Poli super datum planum eleuati, cui alia parallela, quæ exprimat planum Horologij ducatur distans ab eâ quantùm est data longitudo styli (quæ in fig. 4. & 7. Lam. 6. & fig. 9. 13. Lam. 7. est linea e, t, in figura autem 12. Lam. 7. repræsentatur per lineas G T, vel N B, aut Q R) hæc enim aut secabit ambo triangula Conica, & tunc erit Hyperbola, vt in Analemate signorum planum e, t Horologij Horizontalis, fig. 4. Lam. 6. quod æquidistat Horizonti, vnde dabitur F T basis trianguli F V T. Diameter I u, Diameterque transuersa u a, quæ intercipitur inter triangulum conicum F T V, & m V K. Ex istis verò datis, vt infrà docebimus, inuenies Applicatam; ex Applicata data ex prop. 1. Eucl. nostri delineabis Diametrum, qui erit semper Applicatis rectangulus, quòd coni lucis, & vmbræ rectanguli sint, & sic habebis Diametrum, Applicatam, & positionem figuræ conicæ, ob angulum rectum Applicatæ cum Diametro, ex quo vt infrà venaberis Parametrum, quem etiam poteris inuenire ex Probl. 2. eiusdem Expens. quia sectionis Diameter I, u in cono F V T datur, centrum quoque obtinebis diuidendo transuersam Diametrum u a per medium. Tandem vt infrà docemus inuenies Vmbilicum sectionum conicarum, quod iam consecutus fueris Parametrum, & Applicatam.

Ex istis autem omnibus datis describetur Hyperbola seorsim ex his quæ diximus Expens. 9. conicorum, aut 12, ex istis enim datis docentur ibi diuersi modi Hyperbolæ describendæ vt infrà.

Si verò æquidistet vni ex cruribus trianguli conici, vt in Analemate arcuum diurnorum æquidistat cruri T m trianguli conici m T n, Lam. 7. & tunc describetur Parabola, cuius dabitur transuersa Diameter ue. Positio quoque eius, quod bases conorum radiosorum sint rectangulæ, erit rectangula; Applicata verò, Parameter, Vmbilicus, reperietur vt infrà, & hinc eius descriptio vt infrà auspicari dabitur. Si verò linea plani horologij secet ambo crura trianguli, & tunc erit aut rectangulè ad axem

axem conicum, & tunc erit circulus, vt fig. 12. Lam. 7. euenit in triangulo conico R V Q; nam R Q est Diameter circuli; vel non rectangulè, vt in Analemate parallelorum Horizontis fig. 12. Lam. 7. in triangulo N V Q, & tunc erit Ellipsis, in quo dabitur Diameter transuersa Q N, basisque coni sit Q N; vnde cætera poterunt venari ex præcitatis Expensionibus conicorum. Quarè seorsim describetur Ellipsis, vt infrà docemus, descriptæ verò sectiones seorsim postea in horologium transferendæ sunt.

PROB. II. PROPOS. XVII.

Data sectione trianguli Conici, Positionem, Diametrum, & Centrum, in quacunque sectione Conica inuenire.

HOC docuimus Eucl. nostri Tr. 24. pr. 2. Sit figura 13., in qua Meridianus proprius plani Horologij D G Y H, Tropicus Cancri T F, Capricorni S K, axis Mundi D Y, & centrum V, Coni radiosi triangulum sit F V T, vel S V K; & C B, faciet eundem angulũ cum axe D Y, quem planum horologij efficit; Linea V u sit longitudo styli, & per u recta ducatur parallela ipsi C B, quæ sit t e ræpræsentans planum horologij, vel lineam in eo substylarem, quæ exprimet sectionem Hyperbolæ, cum secet ambos conos F V T, & S V K, si oportet productos. Eadem quoque regula ducantur O, u, quæ exprimat sectionem Parabolæ, eo quod o u sit parallela lateri conici trianguli V F; similiterque u, P, quæ erit sectio Ellipsis, cum secet vtrumque Crus F V productum in P, & V T trianguli radiosi F V T.

Sit ergo primò reperienda positio. Dico quod in istis omnibus positio est recta; quia scilicet triangulum F V T per axem plano Horologij rectangulè se habet, cum coni sint recti.

Secundò reperienda sit Diameter; & erit eius longitudo in Parabola distantia ab u, vsque ad O, nempe à latere trianguli radiosi, vsque ad basim quamcunque elegeris pro magnitudine figuræ. In Ellipsi erit interuallum de latere ad latus, vt u P, vbi latera secant. In Hyperbola Diameter erit, vt in parabola de latere ad basim, vt u I, sed quia in hac figura datur insuper Diameter transuersa, nempe quæ inter triangula radiosa conica intercipitur, quæ secat, hæc erit in figura u a, medietas verò u P in Ellipsi, nempe punctum M, & Diametri transuersæ u a, in Hyperbola; nempe punctum R est centrum ipsarum.

PROBL. II. PROPOS. XVIII.

Dato Diametro, & triangulo Conico Applicatam in quacunque sectione inuenire.

BAsim in Ellipsi trianguli conici, vbi terminat semidiameter Ellipsis M P, vel u, M; nempe N L Diametro fiat circulus in fig. 14. Lam. 7. A B C; mensureturque in eius Diametro à puncto B segmentum M N, quo semidiameter Ellipsis H M finit, & sit B D, & per punctum D agatur normalis ipsi Diametro, quæ sit E F, & hæc erit Applicata in Ellipsi.

In Parabola, & Hyperbola fiat circulus ex basi trianguli radiosi quò terminat Diameter; nempe F T, in fig. 13. & sit A G C, in altera figura 14. Lam. 7., & in eius semidiametro H G, mensuretur segmentum F O, quo finit Diameter Parabolæ u, o in figura 13. & sit in fig. altera 14. L G, vel mensuretur T I, quo finit Diameter Hyperbolæ u, I in fig. 14. & mensuretur in G H in fig. ista, & sit G M, & à punctis M, & L, normales ipsi Diametro ducantur N O, Applicata in Parabola, & P Q Applicata in Hyperbola, quæ probo propos. 2. Tract. 24. nostri Eucl.

PROBL. III. PROPOS. XIX.

Verticem sectionum, & Parametrum inuenire.

INueniatur tertia proportionalis Diametro vt primo, & semiapplicatæ, vt secundo termino in omnibus figuris, & hæc in Parabola erit Parameter, in Ellipsi autem, & Hyperbola aliquid addendum, vel subducendum, vt docebimus.

In quacunque figura ducatur Applicata A B fig. 15. Lam. 7., & medietas sit C, & à B mensuretur Diameter in Hyperbola, & Parabola, in Ellipsi Semidiameter, & sit B D, ita vt faciat angulum semiapplicata C B, & Diameter in Parabola, & Hyperbola, vel Semidiameter in Ellipsi D B, iungatur C D, & D Y sit æqualis B C; ducaturque parallela ipsi C D, & sit Y E, & E C erit tertia proportionalis Diametro D B, & Semiapplicatæ C B, & Parameter in Parabola. Sed in Hyperbola mensurabitur in C B, & erit C E, & Diameter C H normalis ipsi B A, Diameterq; transuersa G H mensurabitur in C H prolũgata ad G, & à G per E ducetur recta, & ab H parallela ipsi C B ducatur H I, vsque ad ductam prius G E, & hæc H I erit

Pa-

Parameter Hyperbolæ. In Ellipsi verò ab extremo Diametri G per extremum tertiæ proportionalis E C ducetur G E I, & à puncto H parallela ipsi E C, quæ sit H I, & hæc erit Parameter in Ellipsi. Vertex autem in Parabola erit punctum F extremum Diametri, D B normalis ipsi Applicatæ A B mensurati à C in F, à quo Parameter C B mensurabitur in F M parallela Applicatæ A B. Vertex autem Hyperbolæ erit H, & Parameter eius H I, vt dixi; In Ellipsi verò H erit vertex, & Parameter H I, Applicata verò A C B, hæc autem ostendimus Eucl. nostri Propos. 10. Trac. 24.

PROBL. IIII. PROPOS. XX.

Cuiuscunque sectionis Conicæ Vmbelicos reperire.

IN Parabola figura 15. Lam. 7. quarta pars Parametri M F in Diametrum à vertice F translata, quæ sit R F signabit Vmbilicum R. In Ellipsi fig. 15. Lam. 7. interuallo C H Semidiametri maioris centro B extremo Applicatę ad centrum C, & Diametri minoris C B fiat arcus, & vbi secat maiorem Diametrum in S, & D, ibi erunt duo Vmbelici S, & D. In Hyperbola fig. 15. Lam. 7. reperiatur media proportionalis inter Parametrum H I, & Diametrum transuersam G H, & sit H V, vt docet Euclides prop. 3. lib. 6., vel nos Trac. 10. Euclidis nostri propos. 16. & sequenti propos. diuidaturque bifariam in X, & à dimidio Diametri, transuersæ g ducta g X mensurabitur in Diametro transuersa prolungato, & erunt puncta in quæ terminat R P, Vmbelici Hyperbolæ. Hæc autem ostendimus Euclidis nostri propos. 22. Trac. 24.

PROBL. V. PROPOS. XXI.

Dato Parametro, & Diametro intercepta sectiones describere.

SInt præcedentes figuræ, & primò pro Parabola detur Parameter F M, & Diameter C F, eligantur in ipso plurima puncta, quorum vnum sit m, & ducatur normalis m e, quæ sit media portionis inter segmentum Diametri m F, & Parametrum F M, quod obtinetur si Parametrum mensures ab m in n, super Diametrum prolongatum, & F n, ex portione Diametri m F, & Parametro m n cõsiderati tanquàm Diametro ducas semicirculum, truncabit enim m e in e, tali modo, vt sit m e media proportionalis inter m F, & m n Parametrum, ita facies de alijs punctis plurimis, & inuenies plurima puncta, vt e, & a, per quæ ducenda est æquabili manu Parabola A F B.

Detur secundò Hyperbola, vel Ellipsis in Diametro, electo puncto m, ducatur m e normalis Diametro vsque ad E G lineam à G per extremum I Parametri I H, transeuntem, & inter m M, & I H, inueniatur media proportionalis, eo modo quo modò docui in Parabola, & sit e m, & e erit punctum in Hyperbola, vel Ellipsi per quod transit sectio Elliptica, vel Hyperbolica; quare si plurima inueniantur per ea manu æquabili poterit duci Ellipsis G B H, vel Hyperbola A H B.

PROBL. VI. PROPOS. XXII.

Datis Vmbelicis, & vertice Conicas sectiones describere.

SIT primò describenda Parabola, in qua datur Vmbelicus R, & ex propos. 20. Vertex F. Extendatur R F, quantum opus fuerit in g, & mensuretur distantia Vmbelici à vertice R F ab F in g, & sit F g, vltrà verticem, & electo puncto quolibet m in Diametro ducatur ipsi normalis ab eo, quæ sit m a, deinde interuallo m g, nempe ea distantia, qua vnumquodq; punctum electum distat à g, centro Vmbelico R ducatur circulus, qui eductam m a secabit in puncto, quo transit sectio Parabolica, ideoque si plurima inueniantur similia puncta, per ea Parabola A F B duci poterit. Si verò sit Hyperbola, vel Ellipsis, in qua sint Vmbelici P R, vel D S, vertex H lineæ G S accipiatur æqualis G, g vltrà verticem in Diametro; deinde centro P in Hyperbola, vel D in Ellipsi, nempe Vmbelico altero ducantur ad libitum plurimi arcus, quorum vnus sit b, a interuallo maiori quam P H. At in Ellipsi maiori quidem quàm D H, sed non maiori G D, deinde alij giri ducantur centro Vmbelico R in Hyperbola interuallo g b, in Ellipsi verò centro Vmbelico S interuallo g b; nempe eo in vtraque figura quod mediat inter quoslibet arcus primo ductos vsque ad g Vmbelicũ vltrà verticem translatum, & sit d a, & punctum a erit in Hyperbola, vel Ellipsi. Quare si plurima eiusmodi inueniantur per ea manu æquabili linea Elliptica, vel Hyperbolica duci poterit, vt vides factum in Hyperbola A, e, H, a, B, & in Semiellipsi H B, a, G.

PROBL. VII. PROPOS. XXIII.

Data basi alicuius sectionis, & Diametro sectiones Conicas describere.

SIT data basis sectionis alicuius, nempe illa, per quem axis Mundi transit, &

Ap-

Applicata ad illud punctum, vt in fig. 13. Lam. 7. eſt punctum Q pro Hyperbola, 9 pro Parabola, & 8. pro Ellipſi, per quæ axis Mundi tranſit, & coni radioſi, nempe DVY. Detur itaque Applicata ad illud punctum reperta eo modo, quo prius, & propoſ. 16. huius Tract. Diametro applicetur rectangulè, in figuris 16. & ſit B A ad punctum medium ipſius, & in Parabola à puncto B educatur parallela BD Diametro 9. u, & linea u D coniungantur extremum Diametri u cum puncto D, & extremum Applicatæ A linea u A, & electo in Diametro v. g. C quolibet puncto per illud educatur parallela Applicatæ B A vſque ad poſtremò ductas BD, & A u, & ſit F I, interq; C I, & c F media proportionalis inueniatur C L modo præced. propoſ. explicato, & L erit punctum in Parabola. In Hyperbola verò connectantur extremum Applicatæ B, & Diametri u recta n B turſùs extremum Applicatæ A, & aliud extremum Diametri D in Ellipſi, & Diametri tranſuerſæ D in Hyperbola recta AD. Deinde electo puncto in Diametro C, & ducta per illud parallela Applicatæ BA vſque ad lineas B u, & A D. prolongatas ſi opus ſit inter ſegmenta CI, & CF media proportionalis inueniatur C L, & eius extremum L erit in ſectione Elliptica, ſeu Hyperbolica. Vnde ſi plura puncta inueniantur poterit per ea manu æquabili duci ſectio Hyperbolæ, Ellipſis, vel Parabolæ. Alios modos docemus Trac. 24. ſectione 13. 14. & 15. Euclidis noſtri, ſed ad præſens inſtitutum hæ deſcriptiones ſufficiunt.

PROBL. VIII. PROPOS. XXIIII.

Singulas Conicas ſectiones in Horologium transferre, quæ ſint, vel ſignorum, vel arcuum diurnorum, Cinitatum, aut dierum.

EAdem omnino regula de omnibus prædictis ſectionibus militat in eodem genere ſint, & omnes Parallelæ ad Æquatorem ſe gerant; Reaſſumantur figuræ Expenſ. 1. huius Tractatus fig. 1. & 2. Lam. 6. in quibus O L, in Hyperbola eſt Diameter tranſuerſa, & Z O. diſtantia ab Aequatoris ſectione Z, poſitio verò ſemper rectangula; Sic in Parabola Y T eſt Diameter, & V Y eſt diſtantia à ſectione Aequatoris in V, ſic dicas de Ellipſi fig. 2. huius Tractatus Lam. 6. cuius Diameter tranſuerſa A K, & diſtantia ab Aequatoris ſectione K V, Diameter verò eſt ſectio Meridiani, qui ſemper incidit ad angulos rectos cum plano Horologij, qui aliquando eſt Meridianus regionis proprius, & etiam vt in Polaribus, Aequinoctialibus, Verticalibus, Horizontalibuſque; aliquando eſt Meridianus proprius tantùm ipſius plani. Vnde ſequitur quod omnis Diameter ſectionum conicarū in Horologio ſit Meridianus proprius ipſius Horologij; Quare ſi Diametrum ſectionis conicæ ſuper lineam Meridiani proprij Horologij ponamus, habebimus locum quo conſtituenda eſt ſectio conica. Sed id non ſufficit, oportet enim etiam reperire, quo incipiat eius Vertex, nempe habere punctum K, aut O, aut Y ſummitatis, aut Ellipſis, aut Hyperbolæ, aut Parabolæ, vt in fig. 1. & 2. huius Lam. 6. Eſt autem illud, quo latus trianguli conici C I, vel X F ſecat planum Horologij. Habes verò hanc diſtantiam in Analemate fig. 4. & 9. tum ſignorum, tum arcuum diurnorum, & cætera, ea enim eſt u A, punctum u enim, eſt illud punctum, in quo latus triāguli conici planū te Horologij ſecat, & A punctum in quo Diameter Æquatoris idem planum perforat. In Horologio verò Æquinoctiali, in quo Diameter Æquinoctialis planum ipſius non ſecat, erit deſumenda diſtantia crucis u, ab I puncto, quo perforat axis, quo interuallo facto centro in ipſo centro Horologij I, fig. 4. propoſ. 8. Expenſ. 2. Lam. 6. deſcribantur circuli; illud enim planum ſecat rectangulè axem conorum lucis, & vmbræ, cum ſit parallelum Aequatori, vt ipſæ baſes conorum ſunt. Pone itaque fig. 4. huius, ſectionem plani Horologij eſſe F T, data longitudine ſtyli, vel ad libitum aſſumpta I V. Nam I T erit interuallum, quo deſcribendus eſt circulus parallelo Capricorni debitus, ſi planum reſpiciat Polum Antarcticum, at ſi reſpiciat Polum Arcticum parallelo Caneri, & ſic dicas de alijs radijs ſignorum, vel arcuum diurnorum, & cæt. Nam vbi ſecant planum I T, quod Horologij præſupponitur, ſi opus ſit prolongatum interuallum inter axem I, & eam interſectionē, eſt illud, iuxtà quod circulus debitus illi radio, paralleloque deſcribendus eſt.

Sit itaq; deſcripta ſectio conica paralleli Caneri, & Capricorni; quæ terminat horas in Horologio fig. 25. prop. 40. Trac. præced. Lam. 3. Expenſ. 8. declinante à Verticali ex Analemate fig. 13. prop. 17. Lam. 7. in quo ſit Aequator G H paralleli Caneri; & Capricorni S K, & F T, trahantur duo radij illorum ſignorum F K, & S T, habemuſque duo triangula conica ducta per Verticem F V T, & S V K, ſit quoque axis Mundi, conorumque lucis, & vmbræ ductus

DY;

DY; Polus Anrsrcticus Y, Arcticus D, itaque in fig. 25. A M I angulo eleuationis Poli super datum planum angulus hic fiet in fig. 13. Y V B æqualis, duceturque C B, quæ exprimat Diametrum circuli, cui æquidistat Horologium; assumptáq; longitudine styli I M ex fig. 25. Pr. 40. Lam. 3. Trac præced. transferatur in Analema fig. 13., & ad illud interuallum à linea A D C distans ducatur e r, & erit sectio, quam præstat planum horologij rapresentarum per e, r, in Conis F T V, vel S V K, & quia neque vni eruti, v. g. F V æquidistat, neque ambo F V, & V T secat, nec est Parabola, nec Ellipsis, nec circulus, sed Hyperbola, quàm seorsim in papyro solidiori iuxta dicta prop. 21. vel 22., & 23. huius describemus, quæ erit B, u, A fig. 16. propos 23. in qua Diameter intercepta u e. Circumcidemus itaque eam vndique secundùm eius conuexitatem B, u, A, deinde quia radius S u T cadit inter punctum, quo secat Æquinoctialis G A H, & Q, quo secat axis Mundi Y Q D, transferatur interuallum A u ex fig. 13. in horologium citatum fig. 25. propos. 40. Lam. 3. ab O, quo puncto secat Æquinoctialis linea versùs A centrum horologij, quo secat axis Mundi M A, & sit O X. At A a interuallum, transferatur in O versùs L. Nam sicut a in Analemate non intercipitur inter pūcta sectionum A Æquinoctialis, & Q axis, sic nec pūctū V Hyperbolæ L inter eadem puncta in Horologio A, & O interiacet. Posito verò pūcto u fig. 16. Lam 7. super X, in fig. 25. Lam. 3. & u, e super substylarem X A, ita vt e respiciat centrum horologij, & Hyperbola illud amplectatur circa eam linea ducatur, quę Hyperbolam Capricorni exprimet. Deinde ponetur eadem Papyrus super punctum V, situ tamen contrario, ita vt sit e versùs L, & circum paginam ducta linea aliam Hyperbolam describes, quia hæ Hyperbolæ sunt æquales, vtpotè factæ in conis oppositis, & æqualibus, vt probatū est Theor. 3. Exp. 7. conicorum. Si quæris cur Hyperbola amplectens centrum horologij sit hic Capricorni, & alia auersa ab eo Cancri. Vide doctrinam inferiùs tradendam Probl. 5. propos. 28. Causa verò cur Hyperbola quæ in puncto X ponitur centro Horologij circumflectatur est, quia basis coni vmbrosi F V T centrum Q in Analemate respicit, vnde & Hyperbolæ pars latior debet eundem situm habere.

Idem dicendum de quocunque alio Diametro paralleli siue sit Leonis, siue Virginis, siue Scorpionis, siue Sagittar., seu cuiuscunque oppositi eodem enim modo, & sectiones conicæ describuntur, & in horologia transferuntur.

EXPENSIO IIII.

DE SECTIONIBVS CONICIS OPE HORARVM ASTRONOMICARVM DESCRIBENDIS.

HIC est secundus modus, & specialis ab horis ipsis Astronomicis dependens, Conicas sectiones describendi, ob cuius declarationem

THEOR. I. PROPOS. XXIIII.

Triangulum vmbrosum, quod tansaret vmbra axis Mundi à plano Horologij, & centro Mundi intercepti describit suo acumine dato die super planum ipsius Horology figuram Conicam parallelo, quem trabit Sol illo die debitam, & inclinationi plani correspondentem.

SIT Lam. 8 colurus Solstitiorum, idemque Meridianus F Q 12. E; eique rectangulus Æquator 12. G E, & Paralleli 12. H, & 12. K, per quos transeat circulus horæ nonæ Q 999. F, & secundæ Q 222. F, secetque axem Mundi F Q planum Horologij n m. Dico quod axis Mundi L R interceptus inter planum horologij n m, & centrum Mundi L vmbram talem iacit, vt suo extremo in sectione conica illius paralleli sit, quo reperitur Sol eo die v. g. sit Sol in Tropico Capricorni, & circulum horæ nonæ in 9. iam teneat, certum est, quod vmbrā triangularis L R I suo apice I, erit in sectione ea conica quam describit Sol vmbrā centri L in plano m n horologij, sic si teneat horam 12. reperietur in puncto P, quod si horam secundam, reperietur in puncto B, sectionis conicæ, quæ per tria puncta transiret I B P, & simul esset in linea horæ nonæ R I, duodecimæ R P, secundæ R B. Sic si esset in Æquatore simul reperiretur in linea recta, quæ est sectio Æquatoris, & in horæ nonæ R V puncto V, duodecimæ R A in A, & secundæ R C in C. Sic si sit in parallelo Cancri reperitur extremum prædicti trianguli vmbrosi in Y puncto X, & K horæ nonæ duodecimæ, & secundæ, &c.

Probatur. Quia tunc Sol, vt supponitur, reperitur in parallelo Capricorni v. g., & simul in hora 9. Ergo & vmbra erit in sectione conica Capricorni, & sectione disci horæ nonæ.

Probatur consequens. Nam radius Solis 9. I, est in superficie conica; cum ipse

eam

eam texat ex dictis Expenſ. 1., vbi ille ſecat, ſectio ſuperficiei illius conicæ erit, vt in I, paritèr eſt in ſoperficie diſci horæ nonæ F 9. Q, Ergo ex Theor. 4. Expenſ. 1. Trac. præced. erit punctum I in ſectione horæ nonæ.

Et ſic dicas de quibuſcunque alijs circulis minoribus, vel parallelis, cum ſit in quibuſcunque eadem ratio.

Corollarium 1.

Aduerte tamen, quod in Horologio centrum non habente, vmbra hæc non eſt axis Mundi, ſed axis, ſeu Diameter alicuius alterius circuli, qui ſit illi plano Sciaterico perpendicolaris, ratio eſt, quia illud planum æquidiſtat axi Mundi. Vnde non illum ſecat, & conſequentèr, nec portio eius inter planum Horologij, & centrum Mundi intercipi poteſt, erit ergo portio alterius Diametri, qui plano Horologij pro Meridiano proprio deſeruiat, & locum axis Mundi teneat v. g. in fig. 10. propoſ. 21. Expenſ. 4. Lam. 1. ſi Sol reperiatur in V, & ſtylus ſit portio I L axis Æquatoris D K C, & circuli horæ ſextæ B K A, & ideo non adeſt triangulum vmbroſum, ſed ſolum longitudo vmbræ horæ 4. erit L H in Æquatore commorante Sole, quæ incidit in ſectionem Aequatoris, nempe lineam Aequinoctialem S I, quod ſi Sol ſit extrà Aequatorem in parallelo Q, aut X, tunc adhuc incidit in lineam rectam horæ 4. & erit punctum infra H, in quod caderet radius Solis ex loco eius in Q, quia Sol ſimul reperitur, & in parallelo punctato Q, & in circulo horæ ſextæ, ſicut ſi eſſet in X ſuper H caderet in O, & transeundo per diuerſas horas ſecaret ſectiones Conicas O G, & L I. In Horologio verò, cuius centrum eſt idem, ac centrũ Aequatoris, vt in Æquinoctiali accidit, Vmbra quidem eſt axis Mundi, & ab eo cauſatur: Sed quia vt dictum eſt planũ Horologij axi Mundi, qui etiam eſt conorum lucis, & vmbræ rectum eſt. Hinc eſt quod triangulum vmbroſum ſit idem, ac ſemitriangulum per axem ductum in conis lucis, & vmbræ, quale eſt in Lam. 6. fig. 2. Expenſ. 1. Trac. huius propoſ. 4. triangulum T X S; cuius vnum crus texit linea X S exiſtens in ſuperficie conica, aliud axis X T. Baſis verò eſt ipſa ſemibaſis trianguli per axem ducti T S. Et quia baſis coni eſt circulus, & trianguli per axem ducti, Diameter Q S, ideo baſis trianguli vmbroſi, erit ſemper eadem, quod ſit ſemiradius, & figura conica, quæ deſcribetur, circulus erit.

Corollarium 2.

Collige puncta ſectionum conicarum, quæ in aliqua hora, v. g. hor. 9. incidunt, cuius paralleli ſint, ſeu declinantis in Auſtrum, ſeu declinantis in Aquilonem, ſeu in ipſo Æquatore, ſemper linea recta connecti, nempe ipſa linea horæ v. g. nonæ, vt ſunt fig. 17. Lam. 8. huius, puncta I V Y horæ nonæ, & P A X horæ duodecimæ, & puncta B C K, horæ ſecundæ. Simulque collige radios L P, aut L I, aut L B, cuiuſcunque horæ ſiot ſemper facere cum L A linea Æquatoris eoſdem angulos. Ratio eſt, quia ſuperficies conica dati paralleli eoſdem ſemper angulos facit cum diſco Æquatoris 12. G E, cùm baſis conica, quæ eſt ipſe diſcus paralleli v. g. 12. 9. K ipſi Aequatori æquidiſtet, & conicus angulus ſit. Quamobrem ſi nos haberemus triangulum vmbroſum, quem facit Sol obtinens horam 9. in Aequatore, nimirùm L V R, ſi deinde auſeremus baſim V I, vel baſi m V Y adderemus angulo apud L declinationis illius paralleli in triangulo R L V, nos neceſſariò habituros demendo punctum I apicis trianguli vmbroſi, vel punctum Y addendo quem cauſat Sol cum exiſtit in parallelo Capricorni 12. K, vel Cancri 12. Y H. Quia nimirùm radius Solis in Tropico, vel alio parallelo in quacunque horâ exiſtit, vt dixi modo ſemper eoſdem angulos facit, cum ſit idem arcus 9. 9. ac 12. 12. nempe declinatio paralleli, ſiue ſumatur in hora 12. ſiue in hora 9. Vnde per totum circulum ſemper idem angulus eſt. Quod ſi Horologium non habeat centrum, tunc non erunt triangula vmbroſa, ſed ſolum longitudines vmbrarum ſtyli, vt in fig. 10. propoſ. 21. Lam. 1. vmbra L H, & quia O H, aut 4. H linea, v. g. horæ 4. eſt ad angulos rectos cum Aequatore, vt eſt circulus horæ 4. & ideo, & ipſa cum linea Aequinoctiali, & plano ipſo Aequatoris; vmbraque ſtyli ideo triangulum quod debet hic fieri, erit triangulum H L O rectangulum ad H, cuius angulus H L O eſt idem ac angulus X L V declinationis paralleli X ab Aequatore D K V C, qui ſemper idem perſeuerat, cum ſemper ſit eadem declinatio, & O H eſt baſis rectangula plano Aequatoris, & ideo vmbræ H L, quæ eſt in eius plano, dum Sol in eo commoratur.

PROBL. I. PROPOS. XXV.

Longitudines vmbrarum, quas iacit axis Mundi intercepta inter planum Horologij, & centrum Mundi, dum Sol exiſtit in Æquinoctiali reperire, & triangula vmbroſa, quorum baſis eſt prædictus axis deſcribere, dato triangulo Gnomonico, & Horologio deſcripto.

INſpiciatur in primis figura 17. Lam. 8. præcedentis Theor. propoſ. 24. ſi aliquis

quis vellet reperire longitudinem, cogita, vmbræ I V horæ nonæ Aequinoctialis, eam descripto Horologio venabitur accipiendo distantiam in ipso radio horæ nonæ, qua centrum Æquatoris distat ab Aequinoctiali linea, qui semper erit maior, quo horæ à Meridiano erunt remotiores v. g. in fig. 18. propos. 30. Lam. 3. Trac. præced. distantia B, à centro B vsque ad 9. erit eadem, ac hic L V, quia est idem radius, quem proijcit Sol in Aequatore interceptus inter centrum Aequatoris, & lineæ Meridianæ punctum V. Cognitâ verò basi V L, cum noscas longitudinem L R ex triangulo Gnomonico, & angulum rectum ad L in triangulo R L V, vel angulum L R V axis Mundi, cum plano Horologij habebis quoque basim V R in Horologijs centrum habentibus, & totum triangulum vmbrosum R L V.

In Horologijs verò centrum non habentibus sufficiet reperire longitudinem vmbræ styli, qualis in figura 10. propos. 22. est L H cum Sol commoratur in Aequatore, hâc enim reperta, si faciamus ad verticem lineæ H L angulum æqualem declinationi paralleli dati, vt H L D, & ducamus latus ei oppositum normale lineæ H L, vt est H, o, 4. linea horæ 4. habebimus basim H o, & in ea punctum O, quo incidit vmbra, cum Sol tenet horæ quartæ circulum, & parallelum X, cuius angulus est H L o æqualis angulo ad verticem X L V.

PROB. II. PROPOS. XXVI.

Triangula vmbrosa, in quocunque circulo existat Sol, dignoscere, & delineare.

TRibus modis prædicta triangula tantùm describi possunt, vel enim Horologium habet centrum, vel non, si non, tunc lineæ horariæ sunt æquidistantes, vt in fig. 18. si centrum habet, vel hoc est idem ac centrum Æquatoris, vt euenit in Horologio Æquinoctiali, & ecce secundus modus, qui exprimitur in 19. fig. vel eius centrum est diuersum à centro Aequatoris, & hic est tertius modus, qui in 20. fig. & 21. exprimitur. Sit ergo datum Horologiũ centrum non habens, vt Meridianũ, vt fig. 12. pr. 24. Lam. 2. Expens. 4. in quo oporteat describi parallelos signorum. Reperiemus itaque primo longitudines vmbrosas, quas iacit Sol, cùm est in data hora, & in Aequatore, vt in 10. fig. propos. 22. Lam. 1. longitudo vmbrosa L H horæ 4. vel L I horæ 6. In hac fig. 18. à puncto B ducta B C, nempe radio Aequatoris mensuratur in fig. 12. cit. radius H 6. horæ sextæ à centro Aequatoris H vsq; ad punctum 6. Aequinoctialis, & transferatur à B vsque ad P, & ducatur ad B C perpendicularis 6, P, deinde radius H 5. fig. 12. transferatur à puncto B vsque ad L, & ducatur perpendicularis ad B C, quæ sit 5. L. Rursùs à fig. 12. citata eadem prop. 24. assumatur H 4. & mensuretur in B D, & ducatur normalis 4. Y, à puncto Y, vbi terminar, & sic de alijs. Sufficit autem trahere in perfectis Horologijs horas tantùm antemeridianas. Nam cum æquales sint in eis longitudines vmbrarum Pomeridianis, possunt pro vtrisque deseruire, vt vides factum in medietate fig. B C I.

At in Horologijs declinantibus, & inclinatis, vt Lam. 4. in fig. 35. propos. 46. prob. 4. Expens. 9. cum longitudines vmbrarum antemeridianæ non sint æquales Pomeridianis eodem modo acceptis ab ea fig. 35. L V, L Z, & cæt. tum Antemeridianis, tum Pomeridianis in B C, eodemque modo ducendæ perpendiculares, vt vides factum in parte figuræ sinistra B 4 Q.

Secundò facta D K portione circuli centro D interuallo æquali semidiametro Analemàtis fig. 4. huius Lam. 6. Trac. transferes declinationes parallelorum; quæ ibi sunt G M, vel G m, & cæt. hic in D H, & D I, & D K à puncto D, ita quod B D repræsentet semidiametrum Aequatoris, & sic efficies ad partem aliam D X, & à centro B duces radios signorum; qui lineas prædictas P 6, & L 5. intersecabunt, & triangula vmbrosa præbebunt, quæ in Horologijs non habentibus centrum fiunt ab aliqua portione Diametri Aequatoris B P, & radio Solis in parallelo v. g. Cancri B 6. existentis, & simul pariterque in circulo horæ sextæ, cuius sectio est P 6.

Secundus modus est, quando centrum horologij est idem, ac centrum Mundi, & tunc axis portio intercepta inter centrum Mundi, & planum Horologij est idem, ac stylus, vt in horologijs Æquinoctialibus, & tunc ducta A B in fig. 19. huius Lam. 8. æquali longitudini styli, & B C normalis ipsi, quæ exprimat Semidiametrum Æquatoris; ductisq; radijs signorum B H, & B I, & B K, iuxtà suas declinationes, vt superiùs factum est in primo modo, habebimus triangula per axẽ paralleli A B K v. g. Cancri, A B I Geminorum, & Leonis, A B H Tauri, & Virginis, quæ etiam vt dictum est propos. 24. Coroll. 2 huius erunt triangula vmbrosa omnibus horis illius diei, cum Sol in dato parallelo existit, semper æqualia, cum Sol æquidistet decurrendo quemcunque parallelum Aequatori, & planum horologij ipsi Aequatori, & consequenter

cum-

omnibus parallelis, quapropter cum Sol eandem altitudinem, & æquidistantiam semper habeat super planum horologij, dum illum parallelum percurrit æquales vmbras causabit omnibus horis illius diei.

Tertius modus est, cum centrum horologij est diuersum ab Aequatoris centro. Primò itaque sit datum Horologium Horizontale regulare Lam. 2. fig 17. propos. 32. vel irregulare Expens. 9. Lam. 4. fig. 34. propos. 46. præced. Tract. triangulum Gnomonicum est PQT huius, illius A 12. H, quæ in figuris huius 19. & 20. exprimuntur in triangulo ABL, in quibus axis Mundi est AB, portio Aequatoris intercepta inter planum Horologij, & centrum Mundi B est BL, & consequentèr longitudo vmbræ axis portionis AB est AL, cum Sol est in hora 12., & Meridiano, simulque in Æquatore. Assume itaque omnes longitudines vmbrarum à centro horologij A, vel P, vsque ad intersectionem cum lineâ æquinoctiali, vt AI, A 2, A 3. in fig. 17. Trac. præced. & cæt. & idem ages in altera figura Lam. 4. fig. 34., & transfer hic à B super Aequinoctialem AC earum omnes distantias, quarum vna est BD, & à centro A, qui est quoque centrum horologij rectę per signata puncta ducantur, vt AI, A 2., A 4., & cæt. Nàm habebimus triangula vmbrosa facta ab axe, cũ Sol est in Aequatore, quale vnum ex illis est triangulum ABL, aut ABQ. Secundò ex centro Mundi B ducemus radios signorum BH, & BI, & BK, iuxtà declinationes eorum suprà repertas DH, DI, & DK ab Analemate fig. 4. propos. 8. huius Lam. 6. Dico enim, quod triangula AVB, aut ABo, sunt triangula vmbrosa, quæ iacit Sol cum est in hora 10., simulque in parallelo Cancri, aut Capricorni. Sic triangulum ABT est triangulum vmbrosum, cum est in parallelo, in quo proijcit radium BTH, & sic dicas de alijs.

Probatur autem. Quia ex doctrina Coroll. 2. Theor. 1. auferimus à triangulo vmbroso, quem Sol in hora 10. existens facit, cum est in Aequatore AQB, basim VQ, vel TQ anguli VBQ, vel TBV, semper æqualis Coni lucis, & vmbræ, & plani Aequatoris. Vnde remanet triangulum vmbrosum ABV, vel ABT parallelo, in quo existit Sol conueniens. Sic dicas de triãgulo vmbroso ABO. Nam addito triangulo QBO, ex eadem ratione fit triangulum vmbrosum ABO. Ratio totius constructionis sumitur ex fig. 17. pr. 14. h., nam hæc triangula ABL, ABQ in fig. 20. & 21. Lam. 8. sunt ipsa eadem in cit. fig. 17. Lam. 8. rapręsentata facta à quolibet plano alicuius horæ suis intersectionibus, nempe inuicem in axe LR, & qui in fig. 20. & 21. est AB, dein cum Aequatore, vt in fig. 17. est LA, vel LC, vel LB, per radios prouenientes à 12. vel 2. vel 9. qui hic sunt LB, vel BQ, vel BD, tandem cum plano Horologij, vt sunt in fig. 17. BR, vel RA, vel RC, & in fig. 20. & 21. AL, vel AQ, vel AD, & licet in Cælo sint in diuersis planis, nempe circulis horarijs in fig. tamen 20. & 21. rapræsentantur in eodem, quod in omnibus sit idem latus AB, axis portio, & idem angulus rectus, quem cum axe Mundi facit quælibet sectio Aequatoris, & horariorum circulorum, nempe in fig. 17. angulus RLA, vel LRB, vel LRC, & ideo omnia in eodem plano potuerunt describi variata solum basi in fig. 20. & 21. quæ pro vt crescit radius Aequatoris BL, variatur, & est vel AL, vel AQ, vel AD. Ratio verò cur radij declinationum parallelorum à puncto B ducantur in fig. 20., & 21., Lam. 8. vt sunt BK, BH; & cæt. in eo consistit; quia triangula vmbrosa, vt diximus Coroll. 2. propos. 24 h., quæ facit Sol extra Aequatorem cum radio Aequatoris; vt sunt KBD, vel IBD, aut HBD semper sunt eadem in quacunque hora existat Sol, quæ lineis horarijs; & sectionibus horariorum circulorum connectuntur, vt hic BV, BT, BQ, BO, quæ copulantur sectione, seu linea horę A 10., nempe decimæ. Quamobrem si à triangulis iam notis v. g. triangulo AQB radij æquatoris auferatur angulus VBQ, remanebit triangulum ABV, quē facit Sol extrà Aequatorem in parallelo cuius radius BK; sic si addatur angulus OBQ efficietur triangulum ABO, quæ facit Sol in parallelo cuius radius OB, vt diximus in fig. 17. propos. 24. Lam. 8. Vides itaque eundem modum describendi vmbrosa triangula, tum in horologijs regularibus, quàm irregularibus, solùmque differunt in hoc, quod cum longitudines horarum ante Meridiem horologijs regularibus sint ęquales illis, quæ sunt post meridiem sufficit deducere lineas horarum mediæ diei, at in irregularibus omnes horarum lineas oportet exarare, quod longitudines earum antemeridianæ pomeridianis non sint æquales.

Quæres cur in horologijs imperfectis sit vmbra horæ Pomeridianæ inæqualis Antemeridianæ, cum tamen in cælo eandem altitudinem possideat Sol ab Horizonte, eandemque distantiam à Meridiano? Respondetur facile. Quia Meridianus proprius plani non est idem, ac Meridianus regionis, nec idem Horizon, cui æquidistat,

 vn-

vnde licet Sol, tùm ante Meridiem, tùm post Meridiem Meridiano Regionis æquidistet, sit tamen æqualis numerus horarum ab hora meridiana interuenerit, non potest Meridiano proprio plani æquidistare, vt patet. Quia idem à duobus locis æquidistare nequit. Si priùs transierit vnum, quàm alium, vt euenit in Meridianis, quorum vnus necessariò prius per lustratur à Sole, quam alter.

PROBL. IIII. PROPOS. XXVII.

Datis triangulis vmbrosis cuiuscunque circuli, seu paralleli Conicae sectiones exhibere.

TRibus quoque modis hoc Problema executioni mandatur, vt præcedens. Primus modus habet locum, si horologium non habeat centrum, & tunc ex fig. 18. Lam. 8. præced. Theor. assumes, & transferes longitudinem P 6. horæ sextæ trianguli dextri B D K in horologio mensurando ab Aequinoctiali lineâ super lineam horæ sextæ horologij Lam. 2. fig. 12. Expens. 4. propos. 24. hinc, & inde versùs L, & versùs H. Ita ages de distantia L 5., quam transferes super horam 5. mensurando semper ab Æquinoctiali in vtrasque partes, & quia hora septima eandem distantiam habet à meridie, hanc eandem L 5. circini intercapedine transferes eodem ritu super lineam horæ 7. Sicque consequentèr ages de omnibus alijs. Nam si per extrema puncta æquabili manu lineam curuam ducas habebis duas figuras conicas, alteram Tropico Capricorni, alteram Tropico Cancri congruentem. Eodemque quoque more singulis correspondentibus horis applicabis portionem lineæ P 6., aut L 5. quæ intercipitur inter radium Aequatoris B D in fig. hac 18., & radium B I, aut B H, sic enim translata ea interualla à linea Aequinoctiali E D, in fig. 1. Lam. 2. prop. 24. in vtramque partem super lineas horarias ordinatè, pro vt numeri ipsi denotant, puncta consequeris, per quæ sectiones illis parallelis conuenientes ducere poteris, vt vides ibi operi demandatum. Horologio verò Polari idem ages, cum & ipsum non habeat centrum, vt vides factum in duobus Tropicis in horologio fig. 9. propos. 20. Lam. 1. Trac. præced.

Secundus modus exercetur in horologio, cuius centrum est idem, ac centrum Æquatoris, vt est Aequinoctialis: à fig. enim 19. desumpto interuallo A K ex centro horologij F duces circulum punctatum B A D, in fig. 6. Expens. 3. Lam. 1. propos. 17. sic assumpto A I, & A H interuallo alios circulos grandiores duces, qui erunt sectiones conicæ, & bases conorum lucis, & vmbræ.

Tertius modus conuenit horologijs, quorum centrum est diuersum à centro Mundi. Nam si ex fig. 20. & 21. Lam. 8. transferes distantias A V, A K, & singulas alias à centro A vsque ad radium B K assumptas in planum horologij fig. 16. Expens. 5. propos. 30. Lam. 3. super lineas horarias ipsiusmet denominationis, nempe A V, super horam 10, & similiter alias à centro A versùs Æquinoctialem habebis in quolibet hora, puncta, per quæ ducta æquabili manu linea curua Tropicum Cancri obtinebis.

Idem in alijs distantijs efficiendum, quæ intersunt inter centrum A, & radium B I, vel B H, & sic de omnibus alijs radijs, & transferendæ sunt in fig. 16. prædictam à centro horologij A super singulas lineas horarias eiusdem denominationis, dabunturque in singulis lineis horarijs puncta per quæ ducta curua sectionem conicam illi radio B I, vel B H conuenientem exhibebit.

Eodem modo transferes interualla figuræ 21. propos. 26. huius, in planum Horologij declinantis, & inclinati Expens. 9. fig. 34. propos. 46. à puncto P. Nam interuallum 40. dabit longitudinem P, L, & alias similes, per quas ducta linea curua sectionem conicam illius paralleli præseferet.

Probatur verò hæc operatio, nam A V in 21. & 20. fig. B 6. in 17. A K in 19. figura Lam. 8 est longitudo vmbræ, quam proijcit axis cum Sol est in Parallelo B K, simulque in circulo horæ 10. v. g. Ergo tunc vmbra axis, aut centri Mundi in punctum illud incidet plani Horologij, quo secat superficies radiosa coni vmbræ, & lucis, & discus horæ 10. vt constat ex dictis Propos. 24. Trac. 2. huius.

PROBL. V. PROPOS. XXVIII.

Sectionibus conicis in Horologio descriptis nomina, seu caracteres signorum apponere.

VLtimus labor in istis est denominationes congruentes ipsis sectionibus conicis applicare. Aut itaque loquimur de planis regularibus non habentibus centrum, & linea Horizontalis tunc semper in illis reperitur. Regula ergo sit quod sectio conica, quæ est proximior Horizonti est Tropici Capricorni. Ratio est euidens; quia cum Sol est in Tropico Capricorni est proximior Horizonti, vnde etiam eius se-

ctiu,

ctio, ſectioni Horizontali proximior erit. Regula quoque altera eſſe poterit, quod illa erit ſectio Capricorni, quæ pauciores horas recipit, quia cum Sol eſt in eo; ſunt dies breuiores.

Quare colligitur, quod in Horologio Expenſ. 4. fig. 12. propoſ. 24 Lam. 2 parallelus ſectioni A B vicinior eſt Capricorni. Vnde & reliqua ſigna ſuo naturali ordine deinde notanda veniunt, nempe in ſequenti parallelo Aquarius, & Sagittarius, in ſequenti Piſces, & Scorpius, in Aequinoctiali Libra, & Aries, in inferiori Taurus, & Virgo, in reliquo Gemini, & Leo, in vltimo, & infimo Cancer. Sed pro Horologijs habentibus centrum,

Aduertendum eſt plano Horologij conicam ſectionem deſcriptam recipere denominationem ab eo cono, qui ad verticem eſt coni ſecant, v.g. in fig. 17. Theor. 1. Lam. 8. propoſ. 24. Si conus H 12. L ſecet planum Horologij, illa tamen ſectio denominatur à cono K 12. L paralleli contrarij. Ratio eſt, quia tunc Sol exiſtit in oppoſito parallelo,

Secundò quod conica ſectio aliqua etiamſi vnica tantùm inſcribatur ſemper Horologij centrum amplectitur, ſi tamen Horologium centrum habeat, ſuaque conuexitate obambulat; nàm planum Horologij ſecat axem Mundi, & conſequenter etiã axem conorum lucis, & vmbræ, qui eſt idem, ac axis Mundi. Sed ſuperficies conica obambulat ſuum axem, ergo etiam eius ſectio, & veſtigium puncto v. g. R citatæ figuræ, quo perforat axis, obambulabit. Vnde fit, quod ſi alter conus ſecetur, quod illa ſectio auerſa ſit huic, vt ſectio Y X K, quod in contrariam partem ſuperficies conica oppoſita formans hanc ſectionem curuetur.

In Horologijs itaque centrum habentibus inſpiciendus eſt, quinam Polus ſuper planum Horologij eleuetur, an Arcticus, & tunc illorum parallelorum, qui ſunt ad partem borealem ſectiones centrum amplectentes recipiene denominationem. Si verò Antarcticus illorum parallelorum denominationem recipient, qui ſunt ad partem Auſtralem. Ratio eſt, quia ſectio amplectens Horologij centrum eſt illius coni, cuius axis ab Horologij plano ſecatur. Ergo vt dictum recipiet coni, paralleliquedenominationem contrariam, nempe illius Poli, qui ſuper planum eleuatur, ſic Lam. 8. in fig. citata 17. propoſ. 24. huius Tractatus à plano Horologij m n ſecatur axis Arcticus L Q in R, & ideo etiam conus 12. L H Cancri, at quia denominatio deſumitur à parallelo, conoque contrario. Ergo & deſumenda eſt ab illo parallelo Capricorni, cuius Polus F Antarcticus, & Auſtralis eleuatur ſuper planum Horologij.

Habito verò ſigno Cancri, aut Capricorni reliqua ſecundùm ordinem ſignorum notanda ſunt, vt patet,

Quæres quomodo poſſit cognoſci quinam Polus ſuper Horologij planum eleuetur,

Reſpondetur omnibus planis Horizontalibus; etiam declinantibus ab Horizonte Polum Arcticum eleuari. In omnibus planis verticalibus etiam declinantibus, ſicut, & omnibus declinantibus, & inclinatis tunc eleuari Polum Arcticum, cum centrum Horologij eſt infrà. Vnde ſectio conica, vicinior complectens centrum ſemper erit Cancri. At quando centrum Horologij eſt ſupra, eleuatur Polus Antarcticus, vnde ſectio conica proximior centro, & illud ambiens à Capricorno nomen conquiret. Hoc verò conſtat ex ijs quę diximus Expenſ. 8. & Expenſ. 7.

Horologium verò Æquinoctiale ſi eſt ſuperius; habet Arcticum, ſic & Polare, Boreale, Arcticum, Auſtrale, Antarcticum Polum ſupra ſe habet eleuatum, vt patet conſideranti, & ex Expenſione 3. & 4. Trac. præced. intelligi poteſt,

Quæres quid agendum ſit, ſi linea Horizontalis truncet ſectiones conicas. Reſpondetur diuidendum eſſe ſecundùm lineam Horizontalem A D in fig. 34. propoſ. 46. Lam. 4. Horologium prout dictum eſt Theor. 1. Expenſ. 6. & altera pars deſeruiet pro plano, cuius contemplatione Horologium confectum eſt, altera ſuperficie poſtica eiuſdem, inuerſo tamen Horologio, & centro P ſurſum poſito, ſicut & in ſuperficie cui dedicatum eſt deorsùm ſtatuendum erat. Quod ſignum eſt illud planum non illuminari per totum annum, ſed deficere cum eſt in ſignis Aquarij, Sagittarij, & Capricorni, & ſolùm per aliquam partem diei illuſtrari, cum eſt in Piſcibus, & Scorpione, in quibus ſignis dum moratur altera poſtica, ſuperficies illuminatur, quod in quocunque Horologio id accidat ſemper ſeruandum.

Corollarium.

Hinc elicies quomodo nedum conicæ ſectiones ſignorum, ſed & arcuum diurnorum, & declinationis Vrbium, & dierum exhiberi poſſint, idem enim eſt modus operandi in omnibus, eademque ratio militat, cum paralleli ſint Solis omnes, & ſola denominatione differant. Sufficit itaque, vt manente eadem ſtructura figurarum 18,

19.

19. 20., & 21. Lam. 8. in arcu PK, numerentur declinationes v. g. arcuum diurnorum, ita vides in fig. 23 Lam. 8 huius figura hic apposita eodem modo, ac in fig. 20. tractas horas fuisse; sed pro declinatione signorũ numeraram esse declinationẽ arcuũ diurnorum ex fig. 9. L. 7 ita vt BH sit radius arcus diei, qui vna hora augescit BI linea arcus diurni, qui duabus horis, & sic de reliquis. Ita poteris quascunque alias declinationes in circulo portione PK numerare, & habebis triangula vmbrosa, quæ efficit Sol cum in parallelis illis arcuum diurnorum, vel alterius speciei reperitur.

Corollarium 2.

Sic quoque poteris delineare Apparentium, & Delitescentium maximos ex erecto Analemate Lam. 7. fig. 9. propos. 13. huius, iuxta datam Poli altitudinem, ad quam confectum est horologium. In Analemate itaq; citato est Horizon CB, Aequator GH, axis Mundi YT, parallelus Apparentium maximus ZB, maximusque delitescentium CX, sit ergo in figura 21. propos. huius, in qua radij eius horologij ducti sunt transferas ex hoc Analemate declinationem maximi Apparentium GZ, & mensures eam in fig. 21. in arcu Dt, hæc secabit radios horarios, vt longitudines eorum, vt suprà fecimus ab A, vsque ad lineam hanc assumptæ, vt Ar horæ septimæ, & similium, & translatæ in lineam horariam correspondentem, nempe septimam à centro horologij versùs Aequinoctialem, & alias numeris ijsdẽ insignitas dabũt puncta, per quæ ducatur sectio conica exprimens semper Apparentium maximum; quod si velis hanc figuram conicam etiam per horas nocturnas transeuntem, fac vt vides in fig. 22., nempe transfer eosdem angulos horarios tAr, & alios, & cæt. ad alteram partem, & produc tB, vsque dum secet omnes, vel breuiùs ducito à puncto t lineam t5., cuius angulus 5. tm sit æqualis angulo BtA, propter æqualitatem enim horum angulorum t5. secabit radios arcuum diurnorum, ac si fuisset versùs eandem partem producta, ita dicas de quibuscunque alijs parallelis.

EXPENSIO V.

DE SECTIONIBVS PARALLELORVM HORIZONTIS IN HOROLOGIO DELINEANDIS.

Eodem protsùs modo describuntur in horologijs vestigia, & sectiones conicæ, quas paralleli Horizontis efficiunt, ac eas, quas paralleli describunt Aequatori, seu si adhibeas modum vniuersalem, seu modum particularem per radios circulorum verticalium. Verticales enim circuli, vt dictum est Expens. 12., circuli velut horarij secant Aequatorem, sic isti secant Horizontem, quorum axis est linea transiens per Zenit, & Nadir, quæ puncta Poli Horizontis sunt. Paralleli igitur Horizontis ita eruot circulis verticalibus, sicut paralleli Aequatoris se habent collari circulis horarijs, quod vt concipias, inspice figuram Theor. 1. Expens. antecedentis fig. 17. prop. 24., & cogita ibi circulum 12. GE esse Horizontem, F, Q puncta esse Polos Horizontis, & FQ, lineam esse axem, quo circuli verticales se intersecent Q9. F, & Q2. F. Nàm ex sola hac applicatione clarè videbis eandem demonstrationem, quæ ostendit triangula vmbrosa, quæ facit Sol, cùm est in Horizonte, ac in alijs parallelis Horizontis v. g. 12. 9 K habere pro vno latere lineam VR, quæ est sectio verticalis Q9. F, & pro alio axis verticalium QF portionem LR, vel etiam portiones LR, & LV Diametri Horizontis se rectangulè intersecantes, & ideò posse habere triangulum vmbrosum, quem axis verticalium causat existente Sole in parallelo 12. 9. K, & simul in verticali Q9. F, in intersectione 9. per subductionem VLI trianguli radiosi, quem paralleli declinatio aufert, vel addit triangulo vmbroso RLV, rectangulo ad L, qui in omni horologio notus est, quo verticales radij tracti sint, quales fuor in fig. 41. 42., & 43. propos. 58. præcedent. Trac. HD, & HE, & cæt. vt in 44, & 45. propos. 60. eiusdem HX, & cæt. Quod si planum horologij non secet axem Verticalium eadem ratio erit, ac in parallelis signorum cum planum horologij axi Mundi æquidistat, si verò secet rectangulè axem Verticalium, erit eadem ratio, ac cùm planum Horologij axem Mundi horthogonaliter secat. In quo, vt euenit in Aequinoctiali sectiones conicæ sunt circuli.

PROB. I. PROPOS. XXVIII.

Triangula vmbrosa, quæ facit Sol, in quocunque parallelo Horizontis, & Verticalis existat Sol, dignoscere, & delineare, & ex eis conicas eorum sectiones deducere.

Tribus modis non secùs, ac de parallelis signorum diximus, hoc problema in opus emergere potest. Nàm alius est modus qui conuenit cum centrum verticalium est idem, ac centrum Horizontis, vt euenit

in

in Horologio Horizontali. Alius est cum sectiones circulorum centrum non habent, sed sunt parallelæ, vt in planis verticalibus omnibus, seu declinantibus, seu non. Alius cum sectiones; vestigiaque verticalium in commune centrum concurrunt, sed diuersum à centro Horizontis, vt euenit in declinantibus ab Horizonte, & declinantibus simul, & inclinaris. Pro primo modo fiat semicirculus fig. 24. propos. 28. Lam. 8. CBD, centro A, ductaque BC, & AD, se normaliter decussantibus, sumatur in AD prolongata longitudo styli LI ex fig. 40. propos. 56. Expens. 12. Lam. 5. quod sectiones conicæ parallelorum Horizontis in ea inscribere exoptes, & transferatur ab A in G; in hac fig. 24. ducaturque parallela diametro BC recta EF, quæ exprimat planum Horizontale æquidistans Horizonti BC.

Diuiso verò quadrante DC in quotquot partes æquales, qui certū numerū Graduum contineant v. g. in 9. à singulis diuisionibus per centrum A ducantur rectæ ad planum horologij EF, qualis vna earum est HB, ita enim habebis interuallum LE, iuxta quem in ipso horologio fig. 40. propos. 56. Lam. 5. Expens. 12. duces centro L, quod est etiam centrum Horizontis circulum 20. X, 20. pro HE sectione conica paralleli 20. graduum.

Quod verò ita sit, patet. Quia planum Horizontalis Horologij secat axem omnium parallelorum rectangulè, quare sectiones conicæ sunt circuli, vt constat ex Expens. 1. propos. 6. huius.

Aduerte tamen non esse necesse hos circulos extrà Tropicas sectiones curuis punctatis expressos in Horologio descriptas producere, quod extrà Tropicas eas sectiones vmbra Solis non euagetur; sicut neque Sol Tropicos transit; Vnde necesse erit inscribere in istis planis sciatericis sectiones conicas Tropicorum, ne frustrà extra eas circuli ducantur.

Sint deinde pro secundo modo inscribendæ sectiones conicæ parallelorum Horizontis in plano sciaterico fig. 43. propos. 58. Expens. 12. Lam. 5 ducta recta BC in fig. 25. propos. 28. Lam. 8. huius erigatur normalis AD, in quam transferantur longitudines vmbrarum Horizontalium HD, HE, & cæt. vsque ad Ho ex fig. 43. Lam. 5. mensurando in hac fig. 25. ab A versùs D super AD singulas distantias, à quibus omnibus punctis, vt puncto F, & E, & I, & alijs erigantur parallelæ lineæ ipsi ACB, quales sunt EO, & F 10. Deinde assumptis reliquis interuallis ex fig. 43. Lam. 5. si signatis non sint æquales, vt euenit in Verticalibus non declinantibus, & Meridianis: vt VH, & XH, & cæt. transferantur pariter super eandem AD, in fig. 25. Lam. 8 & à punctis in ea impressis I, & G parallelæ ipsi BC, ducantur.

Singulis autem suos numeros apponas, prout illi in plano sciaterico adscripti sunt; nempe lineæ ductæ à puncto E appone cifram; quia est longitudinis vmbræ HE, cum Sol est in Verticali primario, & vmbra cadit in sectionem EO in fig. 43. propos. 58. Lam. 5. Expens. 12. lineæ verò sequenti ex F excitata numerus 10. quia talis numerus reperitur in plano sciaterico sectionis TD, 10. applicato, & sic de alijs eodem prorsùs ordine. Incipit autem ab E, quia vbi Horizon secat Æquinoctialem, ibi & verticalis primarius secat, à quo incipit numeratio. Tandem centro A fiat semicirculus BDC, in quo declinationes omnium parallelorum Horizontis, quæ placet describere numerantur, v. g. nouem parallelorum, & per singulas declinationes radij parallelorum Horizontis ducantur, nimirùm A 80. A 70. & cæt.

His ita peractis, si interceptas parallelarum linearum portiones inter axem AD, & singulos radios v. g. inter radium A 80. quæ sit FV, Horologio restitutas fig. 43 Lam. 5. à linea Horizontali PX eam distantiam mensurando versùs vtramque partem, quæ sint DS, & DT, & quamlibet super suam verticalem transferendo, & sic interuallum ER huius fig. transferas in aliam Horologij super lineam correspondentem EQ, mensurando ab E Horizontalis puncto versùs Q, & versùs G, quæ sint EG, & EQ, & sic exequaris in omnibus alijs, habebis tot puncta, per quæ ducta æquabili manu linea curua sectionem conicam radij A 80. & coni ei conuenienti exhibebit.

Probatur autem hæc operatio spectata figura 27. propos. huius 28. Lam. 8. in qua vertex A verticalis AIB, & AVB, & cæt. & eius sectio in plano Horizontis VE, Verticalis primarius expressus per lineam rectam AKB, & eius sectio in plano Horizontis KO, simulq; axis AB, quia circulus secundùm suam crassitudinem visus in lineam rectam facessit, & tanquam Diameter apparet. Parallelus Horizontis aliquis mtn, Aequinoctialis GKr. Planum verò horologij er, in quo stylus Ho. Habemus verò in Horologio descriptum triangulum HOE data longitudine styli Ho, & ex diuisione Horizontis in partes æquales angulum OHE, & consequenter punctum E, per

quod

quod ducitur sectio circuli verticalis E I.

Habemus quoque radium H E, qui cum plano e r facit angulos rectos, vt præsupponitur, quod planum sit verticale, & consequenter angulus H E I est rectus. Vnde assumpto radio H E, & translato in fig. 25. huius ab A centro, & ab E eius termino, si ducamus perpendicularem, & deinde ducamus radium H L, qui faciat angulum E H L æqualem angulo R H V, aut lineam H I, qui faciat angulũ E H I æqualem angulo V H T, habebimus basim E L subtendentem arcum V R, vel E I, subtendentem arcum V T declinationis dati paralleli m r n, vel R puncti ab Horizonte. Vnde si quando Sol erit in R in Aequatore, vel in T extrà Aequatorem radius lucidus, vmbrosusque T I, qui est in superficie coni vmbrosi, lucidique, vt explicauimus Expens. 1. huius, pertinget in I, & sic R L etiam radius lucidus, cadet in L. Ergo punctum L erit in sectione conica paralleli, qui per R duceretur, & I in sectione conica paralleli m T n. Vnde si habeamus in plurimis sectionibus eiusdem paralleli plurima puncta huiusmodi, & ea coniungamus lineâ curuâ expriment sectionem conicam coni illius paralleli, quia omnia in ea sectione reperiuntur.

Tertius modus congruet illis Horologijs, in quibus verticalium sectiones concurrunt ad centrum à centro Mundi, & Horizontis distantem.

Sint ergo inscribendæ sectiones parallelorum Horizontis in plano fig. 45. prop. 6. Expens. 12. præced. Trac. Lam. 5., in qua datur triangulum I P K, in quo C P est portio axis, & Diametri verticalis, & I P portio Diametri Horizontis eiusdem longitudinis, ac H I centrum Horizontis à sectione Horizontali B X interuallo facti. Itaque figuram 26. prorsùs similem describemus figuris 20., aut 21. præcedentis Expens. propos. 26. Lam. 8., in quà K P sit axis, P I portio Diametri Horizontalis, seu sectionis verticalis cum Horizonte intercepta inter centrum Mundi, & planum sciatericum, transferque omnes distantias, vt ibi fecimus à centro H fig. 45. præced. Tr. Lam. 5. ad puncta quo sectionem Horizontalem verticales sectiones secant, qualis est distantia H X, H Z, aut H B, & alias transfer, in quam super P D, mensurando omnes à puncto P in fig. ista, deinde per singula puncta à centro K duces rectas, numeris appositis, quæ verticalibus eorum ascribuntur v. g. K A, ex distantia H X numerus 70., ideoque exprimunt sectiones verticales, & singula triangula rectangula vmbrosa existente Sole in Horizonte, vt est triangulum K P D, cuius vnum latus est axis Horizontis portio K P, aliud radius Horizontis P D, & basis sectio circuli verticalis in plano Horologij K D. Igitur à centro P descripto circulo, vt placet ab A, tanquàm à Zenit, seu Nadir numerabis declinationes omnium parallelorum Horizontis quot volueris plano inscribere, ducesque per diuisiones rectas, & radios conicos parallelorum P 80., P 70 & cæt., & habebimus omnes sectiones radiorum in sectionibus verticalibus, si itaque singula interualla, quæ mediant inter K, & radium aliquem v. g. P 40. in linea 15. K o., K 10., K 20. & cæt. qualis est K F, & cæt. & transferas in planum Horologij fig. 45. prop 6. præc. Trac. Lam 5. Expens. 12., à centro K, super quamlibet lineam verticalem eiusdemmet numeri habebis puncta, per quæ paralleli 40. sectio conica transibit, qualis est C 40. in fig. 45. Lam 5. & sic de singulis.

Aduerte tamen K 90. est parallela P D, quod repræsentat sectionem Meridiani, quæ in Horizonte axi eius K P ad rectos est angulos; Vnde in Horologio fig. 45. citata conuenit cum B X.

Aduerte quoque, quod poteris assumpta K Q æquali K P ducere punctatam Q T, & per easdem distantias, vt P D, & cæt. ducere lineas verticales K 80. & K 70. & cæt. Si fortè in Horologio vltrà Meridianam circuli verticales adsint, vt sunt in dato plano fig. 45. citata Expens. 12. Lam. 5.

Probatur autem hæc tota operatio; Nam cogita in fig. 28. huius Lam. 8. verticalem primarium esse A K B; Horizontem D K V L, cuius centrum H, qui secetur à plano r e, eiusque sectio sit O D; Sit verò verticalis A V B, cuius axis O A, cuius sectio in plano Horologij X O E, parallelus verò Horizontis m T n. Portio itaque axis intercepta inter cẽtrũ H, & planũ Horologij r e est O H, quæ est ad angulos rectos cum Horizonte, & consequenter cum radio eius V H E lucido, & vmbroso, quem proijcit Sol in Horizonte V existens. Vnde triangulum E H O erit rectangulum ad H, cuius vnum crus erit portio axis H O, aliud radius vmbrosus H E, basis sectio verticalis O E, & prorsùs eiusdem generis, ac triangulum in fig. 26. huius Lam. 8. K P A, vel K P D, vel K P I, quod exquisiuimus. Nam ex Horologio fig. 45. Lam. 5. habuimus radium Horizontis H I, vel H Z, vel H X, vel H B, quæ in hac Lam. 8. fig. 26. est P I; seu P A, seu P D; & in fig. 28., est H D, seu H E, qui radius est idem, ac sectio verticalis cuiuslibet cum Horizonte, portioque Diametri Horizontalis. Habuimus quoque C P

in

in cit. fig. 45. Lam. 5., quæ in hac Lam 8. prop. 26. est KP, in hac verò figura est HO portio axis verticalium, quæ se rectangulè cum radio Horizontis iungit in H, seu in fig. 26. in P; vnde habebimus queque bases, nempe in fig. 26. KI, vel KA, vel KD, seu in hac fig. 28. Lam. 8. OD, siue OE, & triangula, quæ licet sint in diuersis planis verticalium, vt est triangulum DOH in verticali ADBK, & triangulum EHO in verticali AVX; adhuc tamen cum omnia obtineant eundem angulum rectum, & idem latus KP consequenter omnia in fig. 26. in eodem plano descripta sunt v.g. KPI triangulum verticalis primarij, KPA triangulum verticalis Grad. 70., & sic de alijs, quia omnia sunt delineata, aut facta ab intersectionibus cuiuscunque verticalis, nempe inuicem in OH cum Horizonte in HE, & cum plano Horologij in OE fig. 28. Lam. 8.

Cognitâ itaque in eo declinatione paralleli m T n, si statuatur Sol in T, radius transiens per H faciet angulum LHO semper æqualem, quod semper paralleli æqualis circumferentia eodem cuiuscunque verticalis arcu æquali ab Horizonte declinet, igitur à basi EO auferet portionem OL, quæ declinationi VT dati paralleli m T n conueniat, punctumque L erit in sectione conica coni lucis, & vmbræ, quam Sol describeret si in illo parallelo versaretur. Cum ergo in fig. 26. huius Lam. 8. confecta omnia triangula, rectangula vmbrosa habeamus, vt KPI, KPA, KPD, si ad axem Horizontis HP, vt in hac fig. 28. est OH, constituamus angulum LHO paralleli 40. quale v.g. est in fig. 26. citata Lam. 8. KPF abscindet ab omnibus basibus KI, KA, KD, & cæt. portionem earum, quæ declinationi dati paralleli conuenit, quæ portio basis in hac fig. 28. est LO, & sic triangulum vmbrosum, quod iacit Sol cum est in illo parallelo LHO constituet. Vnde distantiæ inter K centrum verticalium, & sectiones dicti paralleli 40. P, quali vna earum est KF sectionem conicam exhibebit, & punctũ F erit in linea verticalis 90. in Horologio in sectione conica paralleli 40., vt in hic in fig. 28. est OL distantia à centro O lineæ verticali OE vsque ad punctum L, quo cadit radius sectionis conicæ LT.

PROBL. II. PROPOS. XXIX.

Positionem, Diametrum, Centrum, Vmbelicum, Parametrum, Applicatam cuiuscunque sectionis Conicæ à parallelis Horizontis impressæ inuenire.

TRadidimus modum particularem conicas sectiones parallelorum Horizontis inueniendi. Nunc autem ad modum vniuersalem nos transferimus: Dentur ergo ex probl. 7. propos. 15. Expens. 2. huius declinationes parallelorum Horizontis repertæ, & tracti eorum radij in fig. 12. propos. huius 15. in circulo HKBG, v.g. duorum CF, & DL. Vel ergo planum Horologij, quod exhibetur ad conicas sectiones exarandas æquidistat Horizonti, vel ei rectum est, vel nec rectum est, nec æquidistat.

Si primum vt est 40. fig. Expens. 12. præcedent. assumpta ex illa longitudine styli LDI ad eam distantiam ab HB Horizontali, duces r, e, quæ planum Horologij exprimat, quod cum sit rectangulum axi Conorum, & verticali KM inscribendæ sectiones erunt circuli, quarum Semidiametri erunt semibases conorum, vt MY ex centro Horologij L fig. 41. Lam. 5. interuallo MY descriptus circulus L 30. erit sectio conica 30. Grad. & cæt.

Si secundum ducatur CR perpendicularis Horizonti HB, quæ distet à verticali KMG, quanta est longitudo styli data fig. v.g. 42. propos. 58. Expens. 12. quæ est ibi OH; Habebimusque in triangulo per axem ducto, conoque NVO Diametrum RT, & sectionem basis NO, in T, vnde ex propos. 18. huius reperiemus Applicatam, & ex probl. 19. Expens. 3. reperiemus Parametrum, centrum erit dimidiata RP, ex his verò datis inuenitur Vmbelicus ex prop. 20. huius, & ex istis omnibus adminiculis describuntur Hyperbolæ, prout in dato exemplo, aut Ellipses, aut Parabolæ ex propos. 22. & 23. aut ex Expensione 9. Tract. 24. Euclidis nostri.

Si verò detur tertium, vt in fig. 44. Expens. 12. Propos. 60. tunc habebimus notum angulum, quem datum planum facit cum Horizonte, quale est PIO, à linea BX, & PI comprehenso, cum Diametro ergo Horizontis HB in fig. 12. citata Lam. 8. similem angulum BVn faciemus, ducta recta punctata m n, cui iuxta longitudinem styli PC æquidistabit NB, quæ vel crura amborum conorum ad verticem sibi oppositorum DVL, & NVO secabit, & erit

describenda Hyperbola, vel æquidistabit cruri vnius v. g. cruri K V, & erit Parabola, vel ambo secabit, & erit Ellipsis, vt hic est cum secet crus N V in N, & V O in Q. Habet igitur hic Diametrum transuersam Y Q, cuius centrum est eius dimidium, ducta verò æquidistante basi R Q, quæ & secet Diametrum transuersam, quomodocunque v. g. in I habebis in ea, quæ basis coni erit punctum I: Vnde reperies Applicatam ex propos. 18. huius Expens. 3., & ex propos. 19. reperies Parametrum, & ex 20. Vmbelicos.

Tandem diuersis modis eam describes, ex propositione 22., & 33. huius. Positio verò sectionum semper erit rectangula, cum coni sint rectanguli.

PROB. III. PROPOS. XXX.

Sectiones Conicas in Horologium transferre.

Delineatis sectionibus seorsim Diametris pertractis, & papyro circumcisa reperienda erit linea super quam Diameter ponatur, & punctum cui vertex sectionis applicetur. Linea verò hæc semper erit illa, quæ refert verticalem proprium plani, quia circulus H K B G verticalem illum exprimit, vt in planis assumptis ex Expens. 12. in 42. figura O H; in 44. O M. Assumpto verò Y interuallo à B, vel X, vbi planum Horologij N B, vel C R T secat Horizontis Diametrum M B, vsque ad Q, vel R, vbi crus trianguli conici secat idem planum transferetur in Horologium ab O, vbi Horizontalis verticalem proprium secat versùs m, & n, ita vt m, & n, sit punctum quo applicetur vertex Ellipsis, vel conicæ figuræ in figura 42. & 44. propos. 6. Expens. 12. Lam. 5.

Imò si placeat, potes quoque in contrariam partem vti residuo, quod vltrà lineam Horizontalem reperitur pro Horologio superficiei eiusdem disci huic parallelæ. Iam enim diximus lineas in Horologijs tractas vltrà lineam Horizontalem esse otiosas in plano, pro quo fit Horologium, sed posse deseruire pro superficie eiusdem plani huic, in quo describitur parallela facie auersa,

TRAC.

TRACTATVS GNOMONICVS III.

HORÆ ITALICÆ, ET BABYLONICÆ DESCRIPTÆ.

Vſque huc tractationem horarum Italicarum deduximus, atque diſtulimus, cum earum tum cognitio, tum deſcriptio à cognitione conorum lucis, & vmbræ, ſectionum conicarum, & horarum aſtronomicarum dependeat, ità, vt ſi quis contemptis ſaltem principijs ſuprà traditis hanc ſyluam aggrediatur facilè intelliget ſe operam perdere, & velle ſine principijs ſcientiam aſtruere.

EXPENSIO I.

QVINAM CIRCVLI SINT IN CÆLO HORÆ ITALICÆ, ET QVÆNAM EORVM PROPRIETATES.

NOTA horas Italicas eſſe illas quæ ab Horizonte occiduo numerari incipiunt, Babylonicas verò, quæ ab Horizonte ortiuo; vnde vltimus circulus harum horarum eſt Horizon.

THEOR. I. PROPOS. I.

Horæ Italicæ ſunt circuli, qui tangunt Conos Apparentium, & Deliteſcentium maximorum in ijſdem lineis, in quibus ſecantur ab Aſtronomicis horis rectangulè.

PRobatur autem. Nam cum Horizon ſit 24. horæ, & ſecundùm Babylonicos, ſi aſſumas ſemicirculum Ortiuum, & ſecundùm Italos ſi aſſumas Occiduum debebit eſſe circulus Horizontis vnus ex illis, quare alij debebunt eſſe eiuſdem rationis, ac Horizon, ſicut, quia Meridianus eſt vnus ex circulis horarijs Aſtronomicis, omnes alij eiuſdem rationis ſunt, ſeque interſecando in axe communi Æquatorem, & parallelos Solis in 24. partes æquales diuidunt.

Sed Horizon tangit Apparentium, & Deliteſcentium maximorum conos in ſectionibus Meridiani; qui eſt hora 12. Aſtronomica, eique rectus eſt, ergo & alij circuli tangunt conos eoſdem in ijſdem ſectionibus, & circulis Horarijs Aſtronomicis recti ſunt.

Quod vt declaretur ſit fig. 1. Lam. 9. in qua Meridianus ABCD, circulus Apparentium maximus DHGM, & eius coni pars concaua QGHD. Deliteſcentium verò maximi ſemicirculus LIB, & eius coni pars conuexa QLIB, Æquator EKF; Horizon DKB, cuius Diameter DQB neceſſariò tangit conos DQG, & LQB in linea DQB, in qua ſecat Meridianus ADCB. Nam Diameter DQB eſt communis interſectio Meridiani, & Horizontis, quæ neceſſariò eſt in ſuperficie conorum, cum baſis eorum, nempe paralleli ipſi LIB, & DHG tangant in puncto D, & B Horizontem, quo ſecatur à Meridiano. Ergo ſi ſic alios ſectiones, quas in conis ipſis faciunt alij circuli horarij Aſtronomici ducantur v. g. Horæ vndecimæ, cuius circulus per Polos A, C, & punctum 11., & 11. tranſit, aut per 10. & 10., aut per 9. & 9., tùm vnius, tùm alterius paralleli, illæ lineæ erunt Diametri maximorum circulorum horarum, quibus Itali, Babylonijque vtuntur. Erunt enim in primis Diametri maximorum circulorum, nam tales ſunt omnes lineæ, quæ in Sphœra ductæ terminant in eius ambientem ſuperficiem per centrum tranſeuntes, ſed tales ſunt dicti Diametri 11., & 11., aut 10., & 10. aut HI, & cæt. tranſeunt enim per centrum Q, terminant autem in circumferentiam, quia terminant in parallelos Apparentium, & Deliteſcentium maximos DHG, & LIB; qui in ſuperficie Sphœræ deſcripti ſunt. Ergo ſunt lineæ 11., & 11. & aliæ ſimiles Diametri maximorum circulorum. Quod

autem fint sectiones horarum astronomicarum in conis, meliùs videbis in apposito Paragdimate, & fig. 2. huius Lam. 9. vbi ijs positis hora astronomica 44. C 4., & hora Italica vigesima 4., 20., 4., 20., tracta est. Horę enim astronomicæ circuli discus A 4. C 4. cum transeat per centrum Q, & per axem A Q C, vt constat ex conicis diuidit per axem vtrosque conos. Quare eius sectio in cono Apparentium maximi erit triangulum per axem O Q 4., & in cono delitescentium maximi L C B triangulum 4. Q S, quorum crura ad oppositas partes vergentia in vnam rectam 4. Q 4. conueniunt, vtpotè eiusdem disci horæ 4. sectio in superficie conica conorum ad verticem sibi insistentium, & æquiangulorum facta. Quare cum 4. Q 4. sit Diameter maximi circuli, sectioque horæ astronomicæ circulus 4. 20., 4, 20. circa illam ductus erit, sicut Horizon, & ita erit hora, seu Italica, seu Babylonica, aut quarta, aut vigesima.

Confirmaturque, quia diuidunt Æquatorem circuli ità constituti, & quemlibet parallelum Solis in 24. partes æquales. Nam circuli descripti, vt est 4. 20., 4. 20. tangãt duos parallelos Æquatoris ei æquidistantes, sequitur ex prop. 13. l. 2. Theodosij, & nos probamus Euclidis nostri Trac. 23. part. 2. prop. 17. quod diuidant Æquatorem, & omnes parallelos interpositos in partes illis partibus parallelorum, in quibus tangunt proportionales, cum ergo istæ sint inter se æquales ex constructione, sequitur quod etiam partes interceptæ in omnibus parallelis inuicem æquales esse debeant, vt etiam infrà probabitur. Quare horas Italicas repræsentabunt, nam ex propos. 16. Theodosij, & nos ibidem prop. 19. ostendimus, nulli alij circuli possunt diuidere parallelos in partes proportionales, nisi aut transeant per axem, aut tangant, sed per axem non transeunt, quia Horizon vnus ex illis per axem A C non transit. Ergo tangent parallelos, vt supra definitum est Apparentium maximum, maximumque Delitescentium.

Corollarium.

Hinc autem elicies quaslibet bases conorum D Q G, aut L Q B secari à Diametris Horæ Italicæ, vel Babylonicæ in partes æquales. Nam basis coni est circulus quilibet axem conorum rectangulè secans, ita quòd æqualitèr distet à vertice A, siue secet ille propè verticem, seu remotè; quia verò triangula vt 4. Q O, & cæt. sunt æqualia; patet, quod si secentur in æquali distantia à vertice, omnia crura erunt æqualia, & ideo bases æquales.

THEOR. II. PROPOS. II.

Circuli horarum Italicarum, & Babylonicarum axes habent in superficie disci horæ Astronomicæ, quam tangunt, & Polos in eis, & in parallelo circulo ab axe Mundi descripto, cuius circumferentia per verticem Mundi, & Zenit transeat.

QVia isti circuli horarum Italicarum, vel Babylonicarum tãgunt Apparentium, vel Delitescentium maximos, qui Polos habeat eosdem, ac Polos Mundi, & ideo per quos transeunt circuli horæ Astronomicæ v. g. in fig. 2. Lam. 9. circulus 4. 20. 4. 20. Italus tangit in 4. parallelum Apparentium maximum, vbi secatur à circulo horæ Astronomicæ A 4. C 4. qui transit per Polum A Mundi, ergo etiam transibit per Polum e circuli horæ Italicæ. Nam si alius circulus maximus transiens per A, & 4. non transit per e Polum circuli Italici, si alius aliquis ducatur, transiens per Polos e, & A, & per contactum 4. quod fieri posse ostendimus propos. 1. Trac. 23. par. 3. Euclidis nostri, aut erit idem cum isto A 4. C 4. aut alius erit, si idem habemus intentum, si alius sequitur quod 4. & A puncta distent semicirculo, cum duo circuli maximi se secent in 4. & in A, & ideo intersectiones eorum debeant esse remotæ semicirculo, quod est absurdum, cum Polus A, cum sit paralleli D 4. G O, nec quidem quadrante à puncto contactus 4. distare possit.

Itaque punctum e erit in plano circuli horæ astronomicæ A 4. C 4. per contactum 4. transeuntis, & ideo etiam alter Polus m oppositus ipsi e; quare etiam axis e m.

Probatur secunda pars. Quia omnis hora Italica, seu Babylonica eundem parallelum tangit, ergo Æquatori eius circulus æqualiter inclinatus est, & cum eo æquales angulos efficit v. g. in fig. 2. huius propos. Lam. 9. Arcus 4. T horæ astronomicæ, & E D Meridianæ horæ, quæ intercipitur inter horam Italicam 24. nempe Horizontem, & 4. 20. 4. vigesimam sunt æquales; Quare etiam Poli horarum Italicarum habebunt eandem distantiam à Polo Mundi, quam circulus horæ Italicæ ab Æquatore v. g. Horizontis, Polus V habebit eandem distantiam à Polo Mundi A, quam E D. Si ergo omnes eâdem distantia A V à Polo Mundi facessunt per Polos earum duci poterit circulus descriptus à Polo Mundi, qualis est pũctatus V e M in 1. fig. huius Lam. 9.

Carol.

Corollarium.

Collige Polos istos horarum Italiearum inuicem in circulo punctato M V æqiudistare. Ratio est, quia axes, & ideo eorum etiam extrema puncta, qui sunt Poli, sunt in planis discis circulorum, qui sunt deputati Astronomicis horis, vt dictum est, nimirùm Polus horæ Italicæ 4. 20. 4. erit in c, nimirum in disco horæ Astronomicæ 4. A C 4. & circulo M V, sed isti disci æquidistant, ergo & etiam Polos æquidistare oportebit; quod autem dicimus de horis Italis, idem semper asserendum venit de Babylonicis.

Corollarium.

Collige circulos horarum Italarum esse rectos circulis Astronomicis, quod transeant per eorum Polos, vt colligit prop. 14. Tract. 21. part. 1. Euclidis nostri.

THEOR. III. PROPOS. III.

Circuli Horis Italicis, & Babylonicis dicati, secant Æquatorem, & omnes parallelos inter Apparentium maximum, & Delitescentium interceptos in 24. partes æquales.

SIT fig. 3. Lam. 9. pauld anterior circulis, quam præcedens, Circuli verò Apparentium, & Delitescentium maximi sint in ea D t 12., & I, e, Y, qui aliquatenùs occupatur à circulis quatuor horarũ Italicarum, nimirum Horizonte D K B R, circulo horæ vigesimæ primæ 9. Z V M Y B O, Circulo horę decimę quintę 3. P T M I L N, & horæ duodecimæ 12. G K V R O, quorum circulorum intersectiones benè notandæ sunt; ab ijs enim maxima ex parte dependent, tum Theor. sequentium cognitio, tum descriptio ipsarum horarum. Sit tandem Æquator E Z K P F X R L, & ei parallelus circulus punctatus S o m H G, Dico itaque quod Aequator E K P F, & parallellus S o m H G diuiderentur in 24. partes æquales, si omnes circuli Horarij essent protracti, quos tamen ad vitandam confusionem non duximus. Age igitur, & primò ostendamus id de Æquatore, præsupponendumque est omnes circulos maximos se decussare per medium. Vnde arcus horæ decimæ quintæ L 3. P, & Æquatoris L F P erunt semicirculi. Sic arcus horæ duodecimæ R 12. K, & Aequatoris R F K erunt semicirculi. Igitur Arcus Aequatoris L F P detruncatus ab hora Itala decima quinta, & arcus eiusdem R F K detruncatus ab hora duodecima Italica, vtpotè semicirculi, erunt æquales. Aufer itaque vi imaginationis arcum communem R F P, & remanebunt adhuc æquales R L, & K P duo arcus trium horarum capaces. Idem autem argumentum valeret, si circuli essent protracti immediatè, ita vt arcus solum vnius horæ interciperetur, vt patet, quare protractis omnibus circulis probabitur, quod partes interceptæ à circulis horarijs semicirculi F P K E Aequatoris sunt æquales partibus ab ijsdem facti semicirculi E R L F alterius semicirculi Aequatoris. Idem ostendes X R L E Z semicirculo Aequatoris, & de semicirculo R L E Z K, à quibus ablata parte communi L E Z remanebunt partes L R, & Z K æquales, quare totus circulus similiter in partes æquales truncabitur.

Probatur quoq; de parallelis. Pro quo præsupponendum circulum maximum in Sphœra, cuius discus cum disco paralleli eundem angulum efficiat abscindere ab eo parallelo arcum æqualem, quem alius circulus maximus eodem angulo eidem parallelo imminens, & cum eo eodem prorsùs modo se habẽs abscinderet, vt probamus propos. 11. Trac. 24. part. 3. Eucl. nostri. Tales autem esse hiatus circulorum Italicorum, qui super eundem parallelum punctatum S o m H G eleuati sunt, cùm enim tangant parallelum Apparentium maximum in puncto 3., & 12., in quo maximè distant, æqualis semper arcus horæ astronomicę intercipietur inter parallelum punctatum S o m G N, & puncta contactus 3., & 12. in parallelis maximis Apparentium, seu occultorum, ob eorum æquidistantiam ab Aequatore, & eius parallelis, qualis vnus ex eis est punctatus S o m G N. Vnde arcus paralleli punctati S o m H erit æqualis arcui o m H G. Aufer itaque communem arcum O m H, & remanebunt æquales S o, & G H.

Idem verò demonstrabitur de omnibus alijs partibus, quas assumpseris intercapedinis vnius horæ vsque dum ostenderis semicirculi partes n S O m esse æquales semicirculi partibus m H G d n. Deindè idem demonstrabis de semicirculo b m d, & b n d, & inde comparatis simul quadrantibus videbis partes quadrãtis b m esse ęquales quadranti n d, quæ erant æquales iuxtà primã semicirculorum assumptionẽ quadrãti n B. Quare argues partes quadrantis b m esse æquales partibus quadrantis n b, simulque partibus alterius semicirculi n d m. Vnde omnes erunt æquales. Id verò ita probauimus, vt hic Tractatus esset independens, quo ad fieri potest ab Elementis Theodosij, & cæt.

THEOR.

THEOR. IIII. PROPOS. IIII.

Circuli Italicas, aut Babylonicas horas exprimentes ab eodem circulo horæ Astronomicæ in puncto æqualiter remoto tangentes Apparentium, & Delitescentium parallelos maximos in vna, eademque sectione cum dicta hora Astronomica simul se intersecant.

SIT exhibita eadem figura, sintque primò duo puncta, punctum D, quo tangit Horizon, & 12. quo tangit circulus horæ duodecimæ diametraliter opposita, quæ & sit æqualiter remota à puncto t, quo secat hora sexta Astronomica AKCR. Dico quod circuli Italici in eadem sectione RK, quo secat Astronomicus se intersecant.

Probatur. Nam isti disci horarum Italicarum indices Horizon, & horæ 12. eundem angulum cum plano paralleli Apparentium maximi Dt 12. efficiunt.

Quare triangulum DK 12. sphœricum erit Isosceles, angulusque KD 12. subtendet crus K 12. æquale cruri DK, æquali angulo D 12. K subtenti.

Ergo si basis, vel semiparallelus DS 12. bifariam diuisus sit à circulo maximo ei perpendiculari, his circulis incidet in punctum K. Quia efficiet triangula ad S rectangula KS 12. & KSD, & ideò æquiangula, cum & anguli S 12. K, & KDS ex præsupposito sint æquales. Vnde triangulum totum toti triangulo æquale. Quamobrem in punctum K incidet. Idem dicas de triangulo DR 12. Nam perpendicularis arcus tR ad circumferentiam paralleli Dt 12. diuidet illud in duo triangula DtR, & t 12. R æquiangula, & ideo in punctum R necessariò continget. Quilibet autem circulus horarius Astronomicus tum disco, tum circumferentia, cùm transeat per axem parallelorum est eis perpendicularis, his verò horæ sextæ AKCR æqualiter remotus præsupponitur in punctis t, & S quibus secat parallelum à punctis contactuum D, & 12. Ergo eius circumferentia, discusque incidet in puncta K, & R, quo se secant circuli horarum Italicarum, nempe Horizontis DKBR, & horæ duodecimæ 12. RKI, qui tangunt parallelum semper Apparentium maximum in punctis oppositis 12. & D.

Secundus verò casus est, si non sint diametraliter opposita puncta contactus, vt sunt circuli horæ decimæ quintæ 3. NITP, & horæ vigesimæ primæ 9. nZMY BHXON, quorum puncta 9. & 3. in quibus tangunt sectiones horæ nonæ, & tertiæ Astronomicæ, non sunt inuicem è regione, & diametraliter opposita. Porrò de ijs eadem ratio militat.

Nam cùm isti circuli tangunt eundem parallelum illi, & Aequatori erunt discis, & suis circumferentijs æquè inclinati. Vnde æquales angulos eum disco, circumferentiáq; paralleli Delitescentium, vel Apparentium maximi efficient, angulus ergo N 9. t, & t 3. N, æquales erunt, sicut & angulus MYe, & eIM. Vnde bases erunt æquales IM, & MY, sicut & N 3. & 39. Ergo in vno, eodemque puncto se intersecabunt in M, & R æqualiter remoto à punctis 93., vel IY. Descendat itaque à Polo A circulus, & ideo perpendicularis, qui diuidat basim 9. 3., & IY per medium, erunt duo triangula MeI, & MIe, quod rectangula sint ad e, & t iam probata sint æquiangula in angulis I, & Y tota æquiangula, & quia basis Ie est æqualis basi eY etiàm æqualia. Idemque dicas de duobus triangulis 9. tN, & t 3. N. Ergo discus, & circumferentia circuli AKCR horæ astronomicæ transibit per puncta N, & M, & ideo Diameter MN axis horum trium circulorum, erit nimirum horæ decimæ quintæ 3. MIN, horæ vigesimæ primæ 9. NMY Italicæ, & horæ sextæ AKCR Astronomicæ.

Corollarium.

Eâdem communi sectione circulorum Italicorum tangentium in punctis Diametraliter oppositis, & circuli Astronomici ex æquo inter eos intercepti, vt primo casu, secare quoque circulũ Æquatoris RFKE, quia cum sit circulus maximus, & ipsi etiam eos omnes secat bifariam; puncta verò contactuum sunt ea, in quibus maximè distant ab Æquatore; quare inter K, & R, quibus hora v. g. duodecima, & Horizon secant, erunt remota per quadrantem K 12. aut KD à punctis quibus tangunt 12. & D; quia semicirculus interceptus in puncto quadrantis maximè deiscit ab alio, quem secat. Ergo 12. K, & KB erunt quadrantes, & ideo æquales; sicut & DK, & KE, & ideo eodem argumento Æquator per K, & R transibit, & se intersecabit cum illis.

THEOR.

THEOR. V. PROPOS. V.

Si dentur duæ horæ Italicæ, vel Babylonicæ, quæ se intersecent, & assumantur duæ aliæ horæ Italicæ, vel Babylonicæ, quæ à punctis contactuum, quo primæ duæ tangunt æqualiter remoueantur per puncta sectionum, tum duarum primarum, quàm duarum secundarum parallelus idem transibit, vel maximus, vel minor.

SIT fig. 3. eadem Lam. 9. seque intersecent in ea duæ horæ Italicæ O 12. K I, & 9 O Y Z 2 n in puncto O, aut V, & tangant in puncto 12. & 9., vel r, & Y. Dentur autem duo circuli Italici v. g. Horizon DKRB, & circulus 3. SRTP, quorum puncta contactuum 3., & D æqualitèr remoueantur à primis, & paritèr se intersecent in puncto S, aut T, dico per intersectionem O, & S transire parallelum punctatum m o S n, sicut & alium per intersectionem V, & T. Id verò facilitèr ostendetur, si demonstretur S, & O, aut T, & V æquidistare ab Aequatore. Nam tunc clarum erit parallelum, qui eâdem mensurâ æquidistet per ea duo puncta T, & V trãsiturum. Id verò probatur. Nam triangula ZVK, & KTB sunt æqualia. Ergo eâdem perpendiculari poterunt dimetiri: Quare vertex T tantùm distabit ab Aequatore EKFR, quantum vertex V.

Probandum autem est hæc triangula esse æqualia; quod probatur. Nam bases ZK, & KP sunt æquales, anguli quoque ad basim sunt æquales ob æqualem horum circulorum inclinationem ad Zodiacum; nempe duo anguli ad K, angulus ad P, & angulus ad Z, ergo & triangula æqualia.

Quod autem basis Z K, sit basi K B æqualis, patet, nàm cùm partes inter puncta contactus D 9, & 3 12 interceptæ æquales sint etiam partes, quas in Aequatore abscindent æquales erunt ex 3. Prop. Vnde partes interceptæ ab istis circulis erunt æquales, & consequenter T, & V æquidistabunt ab Aequatore, vnde per eos aliquis parallelus transibit, & idem argumentum fiat de punctis S, & O. De parallelo verò maximo, nempe de Aequatore patuit in Coroll. præced. propositionis.

Corollarium.

Collige. Quod si detur aliquod planum, quod æquidistet alicui circulo qui habet communem sectionem, & ideo communem axem cum alijs duobus, sectiones, quas duo alij efficiunt in illo plano erunt parallelæ v. g. æquidistet Horizõti D K B R planum aliquod Horizontale, Horizon ipse, vt potè æquidistans nullam imprimet sectionem; sed alij duo circuli A K C R, & I K 12. R qui se intersecant cum illo, qui illi plano non æquidistant, sed solum illorum axis R K, qui in Horizonte est, vt potè omnium communis. Vnde sectiones omnes eorum erunt parallelæ, quia planum Horologij secundùm dicta Expens. 3. fig. 7. propos. 19. Lam. 1. si axi æquidistat, planorum sectionem plani æquidistantis non recipit, sed aliorum sectiones quas suscipit æquidistantes, sic dicas de circulis 9. Z M X, & A K C R, & 3. L I P. Nam si planum æquidistet circulum 9. Z M X æquidistabit etiam axi M N. Quare sectiones impressæ à circulo A K C R Astronomico, & 12. R I K Italico, seu Babylonico æquidistabunt in ipso. Quod si sumatur semper idem circulus v. g. Horizon, & aliæ duæ quæ proximæ ei æquidistent vna Italica, vel Babylonica, alia Astronomica, istæ erunt inuicem parallelę, licet nõ cum primò assumptis cum nõ habeant cum illis eundem axem, & si sumantur duæ aliæ, magis quidem distantes quam primò assumptæ, & eadem ambarum æquali distantia ab Horizonte, istæ adhuc non cum primo assumptis, cum non habeant eundem axem, sed inuicem erunt æquidistantes, quales sunt quælibet duæ lineæ Horizontales infrà ponendæ in plano Horizontali,

THEOR. VI. PROPOS. VI.

Sectiones circulorum horæ Astronomicæ, quas imprimunt in cono alicuius paralleli interpositi inter maximos Apparentium, & Delitescentium sunt quoque sectiones duorum circulorum Italicis, & Babylonicis horis dicatorum.

SIT fig. 3. Lam. 9. se intersecent circulus 9. O Y M V, & 12. K I R, in puncto O, eodemque parallelus aliquis transeat m o n, clarum est quod O Q sectio erit in superficie conica, cuius vertex centrum Mundi Q, & basis parallelus prædictus m o n G, vt patet, & Q V, sectio erit in superficie coni paralleli oppositi; Si ergo in hac sectione V Q O se intersecet aliquis circulus horarius Astronomicus descendens à Polis A, & C, & transiens per puncta O, & V erit eadem communis sectio duorum circulorum horarum Italicarum, vel Babylonicarum, & vnius Astronomici in superficie conica paralleli n o m G impressa,

Corollarium.

Quod si circulus horę Astronomicæ tangitur, vel secetur in aliquo parallelo à circulo Babylonico, vel Italico, idem quoque circulus tangetur, vel secabitur in puncto opposito eiusdem paralleli ab hora Italica, seu Babylonica, quæ integro semicirculo ab illa distet, sic idem circulus Meridianus DABC fig. 3. Lam. 9. secatur ab Horizonte in D, & circulo horæ 12. in parallelo Dt, 12. OC, & puncta 12. & D semicirculo distabunt, & idem imagioeris de quocunque alio circulo parallelo, cum enim quilibet secetur à circulis horarijs Astronomicis, Italicis, & Babylooicis in partes æquales, quælibet intersectio debebit distare tot partibus æqualibus ab alia, quot distat earum contactus in parallelo semper Apparentium maximo, cum ioter alium tot perisphæriæ interponaotur, quot contactus, & hi distent partibus æqualibus ioter se, vt distant perisphæriæ, quare si distent contactus semicirculo, etiam perisphæriæ semicirculo in illo parallelo distabuot, sed idem circulus Astronomicus secat parallelos in punctis oppositis, quia diuidit eos bifariàm, ergo etiam in ijsdem puoctis oppositis perisphęrias Babylonicas, & Italicas secat quo illæ secant, vel tāgunt.

THEOR. VII. PROPOS. VII.

Communem duorum circulorum Italicorum, aut Babyloniorum intersectionem, per quam aliquis parallelus transit secat circulus illius Horæ Astronomicæ, vel portionis Horæ Astronomicæ secundùm quam augetur semidies, cum Sol existit in illo parallelo.

Probatur, si enim detur parallelus diurnus, io quo dies augeatur vnica hora, ita vt sit horarum 13., & dimidiara dies horarum 6.½, & tunc erit hora 24. Italica, sed 13. Babylonica, ergo horas 24., & 13. se in eodem parallelo interfecantes secabit hora 6.½, nimirùm circulus dimidiæ horæ, secundùm quam augetur dies. Idem dicas si crescat duabus horis; nàm hora Italica 24. occidua, & hora 14. Babylooica, & hora 7. Astronomica se in Horizonte intersecabunt; Vnde, & cæteræ iuxtà eundem ordinem, cum sint de cætero æquales intersecabunt.

Probatur etiam secundo. Quia parallelus arcuum diurnorum est ille, qui secat Horizontem illo in puncto, quo secatur ab hora Astronomica, vt diximus Theor. 5. Expens. 2. Trac. 2. Gnomooici. Ergo Horizon, qui est hora 24. vel Italica, vel Babylonica, tunc finiet circulum horarum, cum Sol eam horam Astronomicam tenebit v. g. 7. à meridie. Ergo de cætero primo Italica correspondebit octauæ, secunda nonæ, & eodem momento Sol erit in circulo nonæ Astronomicæ, quo in circulo secundæ Italicæ, & ideo in vno, eodemque puncto se intersecabunt.

Corollarium.

Hinc elicies, quod horæ Astronomicæ differunt ab horis Italicis, vel Babylonicis in Sphœra obliqua, vbi Horizon est diuersus à circulis horarijs Astronomicis, sed in Sphœra recta vbi Poli Mundi sunt in Horizonte, sit vt Horizon transeat per Polos Mundi, non secùs ac Meridianus, & ideo sit idem ac hora 6. Astronomica. Nulli quoque sunt ibi circuli Apparentium, vel Delitescentium maximi, qui ambiendo Polos Horizootem tangunt, quia Polus ab Horizonte non distat, sed in ipso est.

Sed nec in Sphœra vbi Polus verticem tenet Horæ Italicæ, vel Babylonicæ describi possunt, quia circulus Apparentium maximus, idemque Delitescentium, simulque Horizon est Æquinoctialis. Vnde cum omnes isti circuli in vnum coeant, patet quod circulus maximus tangens, Horizon esse nequit, quod Apparentium, & Delitescētium maximus idem cum ipso sit.

Horæ itaque Italæ, & Babylonicæ in Sphœra obliqua sunt, differuntque ab Astronimicis, tum quod in eundem Polum concurrant, tum quod tangant Apparentium, & Delitescentium maximum, & conos eorum, tum quod in circulis horarum Astronomicarum Sol bis in die existat, nempe ante, & post meridiem, idemque circulus suo semicirculo super terram extante deseruiat pro hora diurna 12. semicirculo verò latente sub Horizonte pro hora nocturna 12. at circulis Italis, aut Babylonicis horarijs solùm vnica vice reperitur Sol, quod patet. Nam Horizon, qui 24. Occidentalem Italis signat, oon perindè signat 12. Orientalem oppositam, sed alius circulus nempe 12. KIRO, vt patet in 3. fig. Lam. 9. Vnde solum 12. circuli pro horis Astronomicis satisfaciunt, at pro horis Italicis, seu Babylonicis delineandis 24. circuli desiderantur.

Corollarium.

Colliges quoque semper Apparentium maximum posse esse Tropicum, & quemlibet alium circulum intra Tropicos, nempe si ille circulus in Sphœra admodum obliqua Horizontem tangat. Quare hinc Horologia in planis illis multùm ab vsitata formâ discedunt.

EX-

EXPENSIO II.

DE LINEIS HORARIIS AB ORTV, AVT AB OCCASV IN HOROLOGIO CONSIDERATIS.

VSque modo de Circulis ab Ortu, aut ab Occasu pro vt sunt in Cælo locuti sumus, modò verò de ipsis pro vt secant planum Horologij agendum est.

THEOR. I. PROPOS. VIII.

In plano Horologij Conica sectiones Apparentium, & Delitescentium Conis effecta secantur à lineis horarijs Astronomicis, & ibidem tanguntur ab Italis, vel Babylonicis.

SIT in Lam. 9. figura 4. eadem quæ superius; sed auctior, circulisque horarijs instructa pluribus, sitque in ea Meridianus A D C B, Horizon B K D R, cuius pars Orientalis K, Occidentalis R, Aequinoctialis E K F, Polus Arcticus A, Antarcticus c, Axis A c, Horarij Circuli Astronomici, qui Apparetium maximum D M G secant, sunt A D, A 11., A 10., A 9., & cæt. Qui Delitescentium maximum L I B secant sunt c 2., c 3., c 4., c 5., c 6., c 7. c 8. & cæt.

Non autem traximus integros, ne figuram nimijs lineis confunderemus. Vbi verò isti secant Circuli alij Horarum Italicarum tangant, vt sunt punctati G R K, horæ 12., vel S F I E horæ 18., & cæt. Sectiones verò factæ ab Horis Astronomicis in Cono radioso D Q G, semper Apparentium maximi sint D Q, Q 11., Q 10., Q 9., Q 8. & cæt. Sectio verò v.g. Hyperbola facta à Cono sit P O S in plano Horologij X T. Dico itaque, quod hæc sectio (& idem de contraria paralleli Delitescentium maximi dicendum est) dico inquam quod secatur ab horis Astronomicis, & quòd in ijsdem punctis tangitur ab Horis Italicis, seu Babylonicis, in quocunque Horologio.

Probatur. Linea 11. O Q est sectio horæ Astronomicæ A 11. in superficie Coni D Q G, sed hæc eadem T O Q est semidiameter horæ Italicæ, quæ tangit Conum O Q G paralleli semper Apparentium maximi in linea E O 11., & transit per sectionem eius S O P in puncto O ex Theor. 1., & propos. 1. Tract. huius Expens. anteced. Ergo punctum O, in sectione Coni O Q D existens in quo secat planum Horologij X T m S erit punctum, in quo secat linea Horæ Astronomicæ descendens à centro Horologij T, & in quo tangit discus horæ Italicæ, qui tangit secundum lineam totam 10. Q, hoc verò punctum O erit in Hyperbola P O S, vel Parabolo, seu Ellipsi, quia tota linea I O Q est in superficie Conica Coni D Q G, cuius Basis est parallelus semper Apparentium maximus D M G.

THEOR. II. PROPOS. IX.

Si circulus Italicus, seu Babylonicus sectionem superficie Conica extensam circuli Horæ Astronomicæ tangit, plano Horologij æquidistantem lineà, quam discus Italus, vel Babylonicus in Horologij plano imprimet erit Assymptotus, idest nunquam tanget Conicam sectionem.

CIrculi horæ Astronomicæ, discique eius sit portio in fig. 5. Prop. h. 2. Lam. 9. triangulum A T Q, sectioque eius Q A in Cono M L Q extensam, quæ portio à plano Horologij M B H æquidistet, tangat autem lineam, sectionemque Astronomicam Q A planum M L m H portio quædam disci horæ Italicæ, seu Babylonicæ, qui Discus secundo planum Horologij M H B imprimet in eo lineam B H, dico lineam B H esse Assymptotam.

Probatur ex ijs, quæ diximus Theor. 2. Expens. 8. Conicorum, nam ibi probauimus, quod planũ A T Q in Cono M Q T L A tactum in sectione Q A eius, & Coni M Q T L A à plano M L H m, quod hoc planum A M L H m non tanget alibi Conum M Q T L A, quàm in linea Q A, quare non tanget in I, aut O sectionem Conicam I O F quantumlibet Conus M Q L prolongetur, dummodò semper tangat in Q A, & planũ B H F plano T A Q æquidistet, quare sectio B H vocabitur Assymptotos, quod quantumlibet producta nunquàm sit tactura Hyperbolem F o I, licet prolongatam, talis autem etiam est linea L V, quod nunquam sit tactura Hyperbolẽ t X, quia linea V L est in plano V Q L S, qui tangit Conum in linea Q L. Hyperbola verò est in plano V Y X illi sectioni Q S æquidistans, oportet autem, vt plana æquidistent. Nam si non æquidistent tunc aut planum v.g. Hyperbolæ B O F inclinabit ad planum T Q A, & sic tandem secabit, vnde & Hyperbola in eo secabit triangulũ T Q A, vnde & à linea B H tangetur sectio Conica F O B in plano B A F existens.

THEOR. III. PROPOS. X.

Circuli Horis Italicis, vel Babylonicis dicati, si se in communi axe cum Horis Astronomicis intersecant, in planum Horologij eorum axi æquidistanti lineas parallelas imprimunt.

PRobatur facilè ex dictis Exp. 3. Theor. 2. propos. 17. fig. 9 Lam. 1. Nam ibi ostendimus planum æquidistans axi quorumlibet circulorum ab eis lineas horarias parallelas recipere.

THEOR. IIII. PROPOS. XI.

In quo puncto linea Horæ Astronomicæ aliquam sectionem Conicam secat, in eodem duæ lineæ ab Ortu, & ab Occasu, eâdem sectione, sectionem Conicam secant, si tamen ea sectio Conica sit paralleli inter Apparentium, & Delitescentium maximos interpositi.

PRobatur. Nam Theor. 6. propos. 6. huius ostendimus eandem sectionem in superficie Conica descriptam paralleli inter extremos Apparentium maximum, & Delitescentium intercepti posse esse trium circulorum, nempe horæ Astronomicæ, & duorum ab Ortu, vel ab Occasu. Si ergò hæc superficies Conica secet planum Horologij, secabit etiam linea, quæ horum trium circulorum est cōmunis intersectio, vnde in ipsa sectione Conica plano Horologij inusta apparebunt, & puncta, in quibus istæ lineæ eam superficiem Conicam secantes transierunt, per quæ puncta, & lineæ horariæ describi possunt.

THEOR. V. PROPOS. XII.

In sectione Conicâ in Horologio descripta puncta notata sunt, in quibus linea horæ Astronomicæ, Babylonicæ, Italicæ se intersecat.

VT propositio declaretur, inspiciatur figura 6. Lam. 9., quæ ijsdem positis circulis præcipuis A D C B Meridianus, D K B R Horizon, cuius pars Orientalis K, Occidentalis R, Aequator E K F R, Apparentium maximus D M G H, Delitescentium I r P V B. Circuli denique Horarij Italici, vel Babylonici 9. E L Y V tangens parallelos prædictos in 9. & Y, & alter 3, G L L I V tangens in r, qui se intersecent in L, & V. Transeat autem aliquis alius circulus Horarius Astronomicus per pūctum L, & V se intersecabunt, vt probatum est Theor. 6. præced. Expens. communi intersectione in puncto L, & V, & linea L Q V transiens per centrum erit communis horum trium circulorum horariorum intersectio. Transeat autem per punctum L parallelus Z I L X B, erit Conus eius Z Q B, & sectio prædicta L Q in eius superficie, siquidem omnes lineæ ductæ à centro Q ad circumferentiam basis Coni, quæ est parallelus Z L X B in superficie eius Coni sunt. Secet autem aliquod planum n m, hunc Conum, fiet sectio Conica quæcunque O T L, quæ transibit per punctum L, & consequenter ad punctum L in hac Conica sectione impressum conuenienti lineæ Horariæ, sectionesque trium circulorum, qui sunt 9. V Y L E, & 3. G L I V, Italici, seu Babylonici circuli, & A M L C V H Astronomici.

Hinc autem tabellæ exstructæ sunt, quas post Theor. 5. dabimus titulo Tabellæ Arcuum diurnorum, & cæt. in quibus posito parallelo diurno, qui erescat vnicâ horâ Astronomica, & consequentèr semiarcus, dimidiâ horâ, aliæ quoque horæ Italicæ, seu Babylonicæ distribuuntur; mediam autem aream tenent Astronomicæ, Italicæ superiorem, Babylonicæ inferiorem.

Corollarium.

Vides autem in his Tabellis, id quod collegimus Theor. 6. Expens. anteced., nimirum quod duæ horæ Babylonicæ, vel Italicæ secant eundem parallelum, vel tangunt, vbi secat idem circulus Astronomicus. Nam qui dat Horam 8. diurnam, & 8. nocturnam Astronomicam, est idem circulus, cum idem det duas horas oppositas; sed huic correspondent 14., & 2. in Aequatore 15., & 3. in parallelo horarum 14., sic in parallelo horæ 16. horæ 16. & 4., quæ omnes integro semicirculo distant, & sunt horæ Babylonicæ, vel Italicæ.

THEOR. V. PROPOS. XIII.

In quo puncto linea Horæ Astronomicæ Aequinoctialem lineam secat, in eodem secant duæ lineæ Italicæ, vel Babylonicæ, quæ in suo contactu distant ab illa hora Astronomica integro quadrante.

SIT fig. 4. huius Expensiónis, dico Aequinoctialem lineam H T X secari in ijsdem punctis, in quibus secatur à lineis horarum Astronomicarum, secari quoque à duabus lineis Italis, vel Babylonijs, quæ ab eius

con-

contactu in parallelo, vel Apparentium DMG, vel Delitescentium maximo integro quadrante distant v.g. Certum est, quod in puncto Horæ ex parte 1. Theor. 4. prop. 4. præced. Expens. se intersecant. Circulus horæ Italicæ, seu Babylonicæ, qui ab hora Astronomica æquali interuallo remoueantur totius quadrantis in Aequatore. Ergo si hæc sectio & sit illa in fig horæ 23., cuius radius 23. QX incidit in punctum X, & secat planum Horologij in puncto X in Aequinoctiali HNX, vt necessariò debet facere, cum sit in plano Aequatoris, relinquet in plano Horologij inuftum punctum X, per quod nedum transibit hora Italica 23., sed & Astronomica S, & Babylonica 11. Probatur consequentia, quia illa sectio, quæ transeundo per planum m T reliquit signatum punctum X erat harum trium horarum ex Theor. 4. propos. 4. Expens. anteced communis sectio. Confirmaturque. Quia eum dies motante Sole in Aequinoctiali sit horarum 12., certum est, quod si incipias numerare horas à media die, tunc erit hora quinta, si incipias à principio diei, cum Babylonis, tunc erit hora 11. cui si addas noctem integram 12. horarum cum Italis, qui incipiunt à principio noctis, tunc erit hora 23. Vnde sequentes Tabellæ extructæ sunt, quæ pro circulo Aequatoris, rum pro parallelis quibus vna, vel duabus horis excrescit, vel diminuitur dies constructæ sunt. Quarum vsum infrà docebimus.

Tabula Arcuum Diurnorum, in quibus se inuicem horæ Italicæ, Babilonicæ, & Astronomicæ se intersecant.

Tabula pro Horis Italicis.

17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	Circulus integer 24. Hor.
4	3	2	1	24	23	22	21	20	19	18	17	Arcus diurn. hor. 2. Hybernus.
18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	Arcus diur. hor. 22. Æstiuus.
3	2	2	24	23	22	21	20	19	18	17	16	Arcus diur. hor. 4. Hyber.
19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	Arcus diur. hor. 20. Æstiuus.
2	1	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	Arcus diur. hor. 6. Hyber.
20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	Arcus diurn. h. 18. Æstiuus.
1	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	Arcus diur. hor. 8. Hyber.
21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	Arcus diur. hor. 16. Æstiuus.
24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	Arcus diur. hor. 10. Hybern.
22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	Arcus diur. hor. 14. Æstiuus.
23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	Horæ diur. Ital. in Æquatore
5	4	3	2	1	12	11	10	9	8	7	6	Horæ diurnæ Astronomicæ.
6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	Horæ nocturnæ Astronom.
24	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Horæ Ital. noct. in Æquatore.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	H. noct. Ital. arcus Hyb. h. 14.
23	24	2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Arcus noct. Æstiuus hor. 10.
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Arcus noct. hor. 16. Hybernus.
22	23	24	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Arcus noct. hor. 8. Æstiuus.
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	Arcus noct. hor. 18. Hybernus
21	22	23	24	1	2	3	4	5	6	7	8	Arcus noct. hor. 6. Æstiuus.
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Arcus noct. hor 20. Hybernus
20	21	22	23	24	1	2	3	4	5	6	7	Arcus noct. hor. 4. Æstiuus.
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Arcus noct. hor. 22. Hybernus
19	20	21	22	23	24	1	2	3	4	5	6	Arcus noct. hor. 2. Æstiuus.
18	29	20	21	22	23	24	1	2	3	4	5	Circulus integer 24. Hor.

Tabella pro Horis Babilonicis.

5	4	3	2	1	24	23	22	21	20	19	18	Circulus integer Hor. 24.
6	5	4	3	2	1	24	23	22	21	20	19	Arcus Hybernus diur. hor. 2.
16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	Arcus diurn. hor. 22. Æstiuus.
7	6	5	4	3	2	1	24	23	22	21	20	Arcus diurn. hor. 4. Hyber.
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	Arcus diurn. hor. 20. Æstiuus.
8	7	6	5	4	3	2	2	24	23	22	21	Arcus diurn. hor. 6. Hybern.
14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	Arcus diurn. hor. 18. Æstiuus
9	8	7	6	5	4	3	2	1	24	23	22	Arcus diurn. hor. 8. Hybern.
13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	Arcus diurn. hor. 16. Æstiuus
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	24	23	Arcus diurn. hor. 10. Hyber.
12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	Arcus diurn. hor. 14. Æstiuus.
11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	24	Horæ Babilonicæ Diurnæ.
5	4	3	2	1	12	11	10	9	8	7	6	Horæ Diurnę Astronomicę.
6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	Horæ Nocturnæ Astronom.
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	Horę Babilonicę Nocturnę.
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	Arcus noct. hor. 14. Hyber.
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Arcus noct. hor. 10. Æstiuus
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	Arcus noct. hor. 16. Hyber.
14	15	16	17	18	19	10	21	22	23	24	1	Arcus noct. hor. 8. Æstiuus.
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Arcus noct. hor. 18. Hyber.
15	16	27	18	19	20	21	22	23	24	1	2	Arcus noct. hor. 6. Æstiuus.
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	Arcus noct. hor. 20. Hyber.
16	17	18	19	20	21	22	23	24	1	2	3	Arcus noct. hor. 4. Æstiuus.
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	Arcus noct. hor. 22. Hyber.
17	18	19	20	21	22	23	24	1	2	3	4	Arcus noct. hor. 2. Æstiuus.
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	Circulus integer Hor. 24.

THEOR. VI. PROPOS. XIV.

Duæ lineæ horariæ Babylonica, vel Italica concurrunt in idem punctum cum hora Astronomica; dummodò ab illa in suis contactibus æqualiter distent.

Assumatur figura 6. huius Tractatus, sintque circulorum 9. VYL, & 3. VIL puncta contactus 9. & 3. æquidistantes à puncto H, in quo secat Astronomicus circulus ALCH parallelum Apparentium maximum DHGM, igitur ex 2. parte Theor. 4. propos. 4. Expens. præced. erit eorum vna, & eadem sectio VQL, quæ si incidat in planum Horologij m n in L, relinquet in punctum signatum suo transitu, in quo necessariò sectiones, quas in Horologio faciunt hi tres circuli concurrent, licet non sit ea sectio, quam faciunt inuicem, illa enim est vna, hæ verò in Horologio tres lineæ, sed ad vnum punctum concurrentes, in quibus illa communis VQL secat, sicut & omnes lineæ horariæ Astronomicæ concurrunt ad centrum Horologij, quod axis nempe eorum circulorum communis sectio in eo puncto in quo centrum est per planum Horologij transeat, vt Expens. 5. Trac. 1. Sciaterici videre pores. Igitur qnia Horizon, nempe hora 24. Italica distat à dimidia hora Astronomica, quantum distat hora prima Itala, siquidem ab ea Astronomica dimidio horæ remouetur, dicendum est, quod horæ 24. & horæ primæ Italicæ lineæ transeant per lineam horæ dimidiæ Astronomicæ, quæ succedit post 24.

Corollarium.

Esse necessarium cognoscere, quænam horæ Italæ, vel Babylonicæ contingant Astronomicas in altero parallelorum ex maximis semper Apparentium. Ideoque Clauium l. 1. Gnomonicæ rappresentasse id in circulo, qui sit v. g. Apparentium maximus, & ponatur quod contingat Horizontem per lineam rectam expressam in puncto 24. certum est, vt diximus, quod in eo puncto secat Meridianus, vt constat ex 1. fig. Exp. anteced. in qua parallelus DHGM tangit Horizontem in puncto D, in quo secat Meridianus ADBC; Ideoque cum Horizon sit circulus horæ 24. Italicæ, seu Babylo-

bylonicæ, & Meridianus fit hora duodecima Aſtronomica, idem punctum A erit commune, & horæ 24. Italicæ, ſeu Babylonicæ, & hor. 12. Aſtronomicæ, & ideo punctum quod ſequitur versùs Occaſum erit 1. Aſtronomicæ, & 1. Italicæ, ſeu Babylonicæ, ſicut quæ præcedit 1. Aſtronomicæ punctum erit 23. Italicæ, ſeu Babylonicæ. Ergo vt vides numeris ſucceſſiuè, & ordinatim diſpoſitis, habes omnes contactus horarum, quibus Itali, Babylonij qui vtuntur, & Aſtronomicarum. Cognitis autem contactibus facilè quoque componęs Tabulas earum horarum, quæ ſe interſecant ſecundùm præced. doctrinam; Sit ergo inſpiciendum, quæ horæ ſe interſecant cum hora 24. & data ſit hora 1. Aſtronomica, quære aliam horam Italicam, quæ diſtet ab 1. horæ Aſtronomicæ ſectione, vt diſtat horæ 24. contactus, qui eſt horæ 12, & quia interuallum eſt vnius horæ, clarum eſt quod ita diſtabit hora 24. quæ tangit 12. Aſtronomicam, ac 2. Italica, quæ tangit 2. horæ Aſtronomicæ ſectionem ab hora prima intermedia.

Item detur hora 1. Italica quodnam medium eſt inter horam 24. & 1. Italicam? erit dimidia hora Aſtronomica, quare 24. & 1. Italica ſe ſecabunt in puncto horæ dimidiæ Aſtronomicæ.

Detur quoque hora 12. Itala, & hora 7. Aſtronomica, & quæratur alia hora Itala, quæ ſe in communi harum duarum interſectione intercipiat, hæc erit hora 2. quia tot areolis 7. Aſtronomica diſtat à 12. quot diſtat 2. excluſo termino 7. vel 2. Detur deindè hor. 21. & 12. Italica, & quæratur quænam hora intercipiatur. Quia nouem laterculis diſtant excluſiuè 21, à 12. medium erit 4.½ quò latereulo reperitur hora 4.½; Ergo hora 4.½ Aſtronomica, & hora 12. & 21. Italica ſe communi puncto intercipient, & ſic de alijs. Dedimus itaque quatuor Tabellas, pro quatuor lineis principalioribus, quarum ſemper aliquæ in Horologijs reperiuntur, nimirum duodecima, & vigeſima quarta, Italica, vel Babylonica, & ſexta, atque duodecima Aſtronomica, quæ ſatis ſunt ad deſcribenda Horologia, vt ſequenti Expenſ. conſtabit. Verùm Clauius exhibet omnes l. 1. Gnomon. propoſ. 20.

Circulus Apparentium maximus tangens Horizontem vbi ſecat hora 24. cum punctis, in quibus Aſtronomica hora illum ſecant Babylonicæ, & Italicæ tangens.



Tabula

Tabula interfectionum quas horæ æquidistantes alicui alteri possideat.

Aequidistantes horæ 24. Ital. Babilonicæ		Aequidistantes horæ Ital. Babilon. 12.		Aequidist. hor. 18. Ital.		Aequidist. hor. 6. Babil.		Aequidist. horæ 6. Astronomicæ.		Aequidist. horæ 12. Astronomicæ.		Aequinoctialis.	
Horæ Ital. vel Bab.	Horæ Astronom.	Hor. Ital. vel Bab.	Hor. Astr.	Hor. Ital. val Bab.	Hor. Astr.	Hor. Ital. vel Bab.	Hor. Astr.	Hor. Ital. vel Bab.	Hor. Ital. val Bab.	Hor. Ital. vel Bab.	Hor. Ital. val Bab.	Hor. Ital. vel Bab.	Hor. Astronomic.
1	½	1	6½	1	9½	1	3½	11	1	1	23	7	1
2	1	2	7	2	10	2	4	10	2	2	22	8	2
3	½	3	½	3	½	3	½	9	3	3	21	9	3
4	2	4	8	4	11	4	5	8	4	4	20	10	4
5	½	5	½	5	½	5	½	7	5	5	19	11	5
6	3	6	9	6	12	6	6	6	6	6	18	12	6
7	½	7	½	7	½	7	½	5	7	7	17	13	7
8	4	8	10	8	1	8	7	4	8	8	16	14	8
9	½	9	½	9	½	9	½	3	9	9	15	15	9
10	5	10	11	10	2	10	8	2	10	10	14	16	10
11	½	11	½	11	½	11	½	1	11	11	13	17	11
12	6	12	12	12	3	12	9	24	12	12	12	18	12
13	½	13	½	13	½	13	½	23	13	13	11	19	1
14	7	14	1	14	4	14	10	22	14	14	10	20	2
15	½	15	½	15	½	15	½	21	15	15	9	21	3
16	8	16	2	16	5	16	11	20	16	16	8	22	4
17	½	17	½	17	½	17	½	19	17	17	7	23	5
18	9	18	3	18	6	18	12	18	18	18	6	24	6
19	½	19	½	19	½	19	½	17	19	19	5	1	7
20	10	20	4	20	7	20	1	16	20	20	4	2	8
21	½	21	½	21	½	21	½	15	21	21	3	3	9
22	11	22	5	22	8	22	2	14	22	22	2	4	10
23	½	23	½	23	½	23	½	13	23	23	1	5	11
24	12	24	6	24	9	24	3	12	24	24	24	6	12

Illud autem planum, quod æquidistabit, aut plano disci horæ 24. nempe Horizonti, aut horæ 12. aut 6. aut 18. Italicis, seu Babilonicis, sic horæ 6. & 12. Astronomicæ ex Coroll. Theor. 4. Exp. 18. habebit quaslibet duas horas in area dextra, & sinistra æquidistantes, vt in Tabella horæ 24. horæ 1. & ½, aut 2. & 1. & cæt.

EXPEN-

EXPENSIO III.

DE CONSTRVENDIS HOROLOGIIS ITALICIS, SEV BABYLONICIS EX CONICIS SECTIONIBVS.

EX fundamentis expositis duplex eruitur modus Horologia Italica, seu Babylonica in quocunque Horologio construendi. Primus est per intersectionem horarum Astronomicarum, cum Parallelorum conicis sectionibus, quæ triplicis generis esse possunt, aut enim sunt conicæ sectiones arcuum diurnorum v.g. diei 16. horarum, vel sunt conicæ sectiones Apparentium, vel Delitescentium parallelorum, vel sunt conicæ sectiones alicuius ex parallelis signorum. Vnde triplex etiam enascitur modus Horologia constituendi, datis nempe conicis sectionibus, vel alicuius paralleli signorum, vel Apparentium maximi, vel arcus diurni.

Secundus modus est per intersectiones horarum Astronomicarum in communi puncto cum Babylonicis, vel Italis. In omni enim Horologio datur linea Aequinoctialis, aut linea Horizontalis, quæ est hora 24., aut linea horæ 12. Babylonicæ, vel Italicæ, de quarum intersectionibus suprà egimus, cum verò intersectiones dependeant ab ipsis intersectionibus Cælestium circulorum, fit, vt quocunque plano reperiuntur tales horæ, etiam earum intersectiones, quæ fiunt in puncto necessariò reperiantur.

Hinc verò manifestè patet, cur descriptio horarum Italicarum in hunc locum relegata sit; quia nimirum earum principia, atque descriptio dependet à descriptione horarum Astronomicarum, & parallelorum, & sine illis Geometricè regula, quæ sit vniuersalis describi queit.

Notandum quoque Horologia Astronomica triplicis rationis esse, alia enim sunt, quæ centrum habent, alia quæ nullum habent centrum, sed lineæ horariæ sunt parallelæ, alia tandem, quorum centrum est idem, ac locus styli, & Horologij, vt Aequinoctialia, secundùm ergo hanc triplicem distinctionem, ità & descriptio Horologiorum Italicorum, seu Babylonicorum discriminatur.

PROB. I. PROPOS. XV.

Horas Italicas, seu Babylonicas in Horologio, cuius centrum Astronomicarum horarum est idem, ac locus styli, mediantibus sectionibus Conicis describere.

DEtur Horologij planum Aequinoctiale Lam. 9. fig. 8. superius collocandum in sphœra obliqua A B C D, in quo iam sit descriptus Tropicus v.g. Cancri I L O, Geminorum, & Leonis G E M, Tauri, & Virginis A D B, Centrum H, Triangulum Gnomonicum N P Q, linea Horizontalis G M, ideoque pars altera A C B permeat ad planum inferiùs. Quare L O F I in eo sit Capricorni parallelus, G T M Sagittarij, & Aquarij, A C B Scorpionis, & Piscium. Dabuntur itaque in plano A D B sectiones Conicæ parallelorum, quæ ex Expens. 3. propos. 23. Trac. præced. sunt in hoc plano circuli, quos & reperire docuimus ibi prob. 1. cum autem, vt constat ex Theor. 3. Expens. 1. Trac. 3. Gnomon. circuli Conorum intercepti inter Apparentium, & Delitescentium maximos ab Horarijs Italicis, seu Babylonicis circulis in partes æquales secentur, patet si diuidantur isti circuli, seu omnes, seu extremi A D B, & I L O in partes 24. æquales, incipiendo à parte, quæ debet collocari versùs Occasum in Babylonico v.g. ab B, quæ tenuioribus lineis expressæ sunt, & Italico à parte, quæ spectabit Ortum, cum situabitur Horologium suo in loco, vt ab A, quæ sit hora 24. sequens 23. m n 22. & cæt. coniungantur verò rectis singulæ diuisiones, vt est m n, & erit Horologium Aequinoctiale delineatum in Sphœra obliqua locandum. Ratio ex dicto Theor. 3. Expens. 1. huius, euidens est, quia circuli A D B, & O L I sunt bases parallelorum interceptorum inter Apparentium, & Delitescentium maximos. Sed istæ à circulis horarijs Italicis, seu Babylonicis secantur in partes æquales ex prædict. Theor. Ergo & eorum sectiones à sectionibus Italorum, seu Babyloniorum circulorum. Quia verò horæ Italicæ non differunt à Babylonicis, nisi quia istæ ab Ortu, illæ ab Occasu numerantur, hinc earum eadem descriptio, sed solum inceptio diuisionis diuersa, vt vbi Itala est 11. Babylonica sit 1., & vbi 12. Itala terminet 2. Babylonica, & sic de alijs.

Corollarium.

Hinc elicies etiam modum, quo horæ antiquæ in hoc Horologio describantur. Erant autem

autem horæ inæquales, quæ diuidebant diem, siue æstiuum, siue hybernum in duodecim horas; quare, & circuli, in quibus Sol existens eas vmbra Poli signabat, diuidebant Æquatorem, & parallelos, & Tropicos super Horizontem, extantes in duodecim partes, & hinc est, quod sufficiet diuidere si debeat collocari in sphœra obliqua Tropicum Cancri O L I in sex partes æquales, & similiter A D B Parallelum, & vnire signatas diuisiones rectis. Sic pro parte inferiore, & hiemali diuides O F I in partes duodecim, & pariter A C B, & connectes rectis nota puncta, & erit Horologium antiquum Æquinoctiale.

At pro secundo modo detur circulus tantum Apparentium maximus, vel Delitescentium N P Q, cuius semidiameter semper est Q H N, cum debeat tangere lineam Horizontalem G M in N. Vbi itaque tangit, incipiat diuisio 24. partium, & ad eas diuisiones à centro H ducantur rectæ, vt H N, aut H e, quibus ab extremis N, aut e perpendicularis ducatur, qualis est N B, aut e 18. & cæt. Illæ enim erunt horæ Italicæ, seù Babylonicæ, prout progressus fuerit, seù versùs e pro Italicis, seù versùs P pro Babylonicis à puncto N.

Probatur. Quia Horatij circuli, vt ex Expens. 1. Theor. 1. tangunt Apparentium, vel Delitescentium maximum in punctis, in quibus secant Astronomicæ, quibus sunt normales, ex propos. 1. huius. Vnde etiam in Horologio ex Theor. 1. Expens. 8. eodem modo se habent, & Conicæ sectiones Apparentium, vel Delitescentium maximi tanguntur in punctis, quibus secantur ab Astronomicis, & eis rectangulæ sunt, à lineis horarijs Italis, seù Babylonicis, sed hæ descriptæ, vt N 24., e 18., & cæt. tales sunt. Ergo sunt Horariæ lineæ Italicæ, seù Babylonicæ.

Tertius modus est, si dentur punctati circuli A C B, & O X I Arcuum diurnorum, quorum differentia semiarcus sit vnius horæ, vt 14., & 16. horarum, vt in altera parte Horologij pro plano inferiore, & ductis horis Astronomicis H Z, aut H C, si ab intersectione cum arcu diurno vnius horæ, vt Z ad intersectionem alterius X, ducatur linea, hæc erit hora Italica, seù Babylonica. Probatur ex Theor. 6. Expens. 4. Prop. 14., & ex Tabula ibi exhibita pro parallelis horarum parium. Nam parallelus 16. Horarum, aut 14., vna hora solùm transferunt horaria spatia: nam in Tabula areæ horæ 21., v. g. Paralleli horarum 16. correspondet Area hor. 21. paralleli horarum 14.

PROB. II. PROPOS. XVI.

Dato plano Horologij sine centro per sectiones Conicas horas Babylonicas, & Italas deducere.

SIT datum planum quodcunq; v. g. Meridianum pro Babylonicis, & Italicis Antemeridianis fig. 9. Lam 9. at pro Babylonicis, & Italicis Pomeridianis fig. 9. Lam. 10. in quo horæ Astronomicæ occultis lineis ductæ sint prima E P, & cæteræ parallelæ linea Horizontalis A T, Aequinoctialis H C, sectio Conica paralleli diurni horarum 16. G L, & P T, nec non & sectio Conica paralleli semper Apparentium, & Delitescentium maximi A D, & X K, & tandem sectio Conica Cancri E S, & F V. Propositumque sit in illis inuenire puncta, è quibus horæ, vel Italicæ, vel Babylonicæ sint ducendæ. Primus modus eruitur ex propos. 8. Theor. 1. Expens. 2. Nam horæ Italicæ, & Babylonicæ tangunt sectiones Conicas paralleli semper Apparentium, & Delitescentium maximi, vbi secant horæ Astronomicæ v. g. vt ex circulo Horarij contactus ibi exposito constat 23., vbi secat hora vndecima, nempe B, in Aequinoctiali verò secat vbi hora 5. trahatur per punctum B, & per 5. lineam, quæ erit horæ 23. Italicæ. Vel si velles describere primam Babylonicam punctum B Lam. 9. in sectione Conica, vbi secat hora prima C B ducenda esset per 7. punctum in linea Aequinoctiali horæ septimæ Astronomicæ, sic dicas de hora 22., tanget enim sectionem Conicam K B in K, vbi hora Astronomica 10. secat, & transibit per punctum 4. in Aequinoctiali, sicut secunda Babylonica tanget in K Lam. 9. linea ibi h. 2. & transibit per 8. in æquinoctiali, & sic de cæteris. Obserua autem sectionem Conicam semper Apparentium maximi A N D, & X K B, nunquam tangi à linea horæ 12. & 24. Italicæ, & Babylonicæ, quia sunt sectiones illorum circulorum, vt ex Theor. 2. prop. 9. Expens. 3 Asymptotos. Sic in plano Polari linea 18. Italica, & 6. Babylonica nunquam possunt tangere sectionem Conicam semper Apparentium maximi, aut Delitescentium. Nam in fig. 5. illius propos. 9. si planum A T Q est circuli horæ 6. portio quædam F B H erit planum Horologij; M T S L A circulus Apparentium maximus; planum M m, portio disci horæ 6. Babylonicæ, vel 18 Italicæ tangens in A Q, lineam, sectioque huius plani cum plano Horologij F B H erit Asymptotos B H.

Se-

Secundus modus est per puncta in quibus se intersecant horæ Italicæ, vel Babylonicæ in conica sectione arcus diurni horarum 16., vel quolibet alio, sit v.g. trahenda hora 21. Italica. Quia in tabella Arcuum diurnorum crescentium numero pari inuenio horam 21. transire per punctum horæ 5. Astronomicæ in parallelo horarum 16., & in Æquatore per horam 3. Ideò duco lineam G, quæ transit per horam quintam in sectione conica P T, & per punctum 3. in Æquinoctiali, & per horam 1. in parallelo hor. 16. G L.

Sic si velles trahere hora 7. antemeridianam Babylonicam, transibit hæc per intersectionem horæ 5. Astronomicæ in conica sectione Hiberna G L, & per punctum I in Æquinoctiali, quod ibi hora 1. Astronomica, & hora 7. Babylonica se secent.

Probatur id ex Theor. 4. propos. 11. Expens. 2. ibi enim demonstrauimus in vno, eodemque puncto in conicis sectionibus Arcuum diurnorum secari, tum ab Italicis, tum à Babylonicis horis, quo secant horæ Astronomicæ. Ordinem quoque in tabellis exposuimus correspondentium horarum.

Tertius modus est, si reperiantur in conica sectione paralleli Cancri, seu Capricorni, vel in vtroque partes horarum Astronomicarum, per quas horæ Italicæ, vel Babylonicæ transeunt, nisi parallelus ipse sit idem, ac arcus diurnus aliquis, vt euenit, vbi dies maximus est 13. aut 14. aut 16. & cæt. horarum. Vel nisi sit vnus ex semper Apparentibus, aut Delitescentibus, vt accidit ea in regione, in qua maximus dies est horarum 24. tunc enim hic modus esset idem prorsùs ac præcedentes, nisi pro parallelo Cancri, vel Capricorni vellemus accipere alium quemcunque parallelum, In quo æqualibus horis, seu semihoris, sed portionibus minoribus crescerer dies. Modus autem talis est.

Iam dentur notata in Æquinoctiali C D puncta horarum Astronomicarum, quæ antemeridianæ sunt, v. g. 11. 10. 9. & cæt. nec non & sectio conica Cancri, & Capricorni, deinde ex facto Analemate secundùm altitudinem tuæ regionis, secundùm placitam magnitudinem desume semidiametrum paralleli Cancri, & centro Q describe circulum, eritq; circulus paralleli Cancri, vel Capricorni. Desumpta verò, vt docuimus Expens. 2. Propos. 8. Coroll. 1. fig. 6. Lam. 6. Diametri Cancrini portione Horizontis Diametro intercepta, quæ v. g. sit A B, à puncto B, ducatur perpendicularis L F in vtramque partem, eritque F B L iuxta doctr. eius Coroll. arcus nocturnus Cancri, siquidem respicit deorsum, & L A F diurnus, qui posito Horologio in suo situ ad Zenit vergit, sic diuide eandem circumferentiam in arcus, quorum vnus, vt E A H, sit diurnus Capricorni, & E F A L H nocturnus.

Considerandum verò est, quod si Circulus è centro Q esset in proprio situ, nempè perpendicularis plano Horologij, sicut & Æquator in pagina tractus si poneretur in proprio situ pars C H esset ante Horologium, vtpotè, in qua centrum Q Æquatoris, & Mundi est, ideoque & vertex styli; pars autem C E X retrò remaneret. Vnde si planum horologij est Orientale, punctum F, & E erit Occasus, & punctum L I, & H erit Ortus, sed si sit occidentale è contra euenier.

Quarè à puncto F incipiemus diuidere circulum pro Parallelo Cancri tendendo per arcum nocturnum versùs X, vt indicant numeri externi. Et pro Capricorno ab E versùs eandem partem, vt indicant numeri interni.

Pro horis verò Babylonicis ab L, & H, tendendo per arcum Diurnum versùs A. At si planum Horologij præsupponatur, tendens ad Occasum L, & H, tendendo versùs O, & X erunt initia horarum Italicarum, vtpotè puncta Occidentalia, & E, & F, quæ sunt post planum Horologij, & ideò Orientalia incipient horas Babylonicas tendentes versùs A.

Fac igitur te velle describere horam 10. antemeridianam per punctum inuentum in sectione Conica Capricorni ducta ab horę decimæ diuisione, quæ ab E incepta est, lineam occultatam 10. Q T secantem Æquinoctialem in Y, & à puncto Y erige perpendicularem occultam Y V, hæc in V dabit punctum sectionis Conicæ Capricorni, per quod transit linea horæ 10. Italicæ antemeridianæ. Et quia in tabella parallelorum diurnorū in Æquinoctiali hora 10. transit per 4. Astronomicam, ducito lineam V 4., quæ erit horæ 10. Italicæ. Cupias deindè reperire punctum horæ 15. in Tropico Cancri à puncto 15. diuisionis, quæ incipit ab F numerorum internorum, ducito lineam 15. Q X, & vbi secat lineam Æquinoctialem in X, excita perpendicularem X O, & punctum O erit inuentum in Tropici Cancrini Conica sectione, per quod, & per punctum horæ 9. Æquinoctialis lineæ, vt ex tabella arcuum diurnorum constat, si ducas rectam O 9., hæc erit 15. Italica. Excipe solam horam 18., & 6. Italicam, seù Babylonicam, quæ à Tropicorum punctis, vt supra inuenris, vt ab N ducendæ sunt pa-

rallelæ Æquinoctiali. Ratio petenda est ex fig. 4. propos. 8., nam hic circulus, vt in ea figura 6. E 6. F hor. 18., qui tangit in 6., & 6., & se intersecat cum Diametro Æquatoris E Q F, qui est in plano Meridiani, & in quo se intersecat ipse Meridianus, & ideò cum planum Horologij Meridiano æquidistet, etiam axi E F æquidistabit. Quarè ex doctr. Expenf. 3. Propof. 18. fig. 7. Lam. 1. linea Æquinoctialis, & horæ 6. hic erunt parallelæ, quamuis id non sequatur in alijs planis Declinantibus, & Inclinatis, non habentibus centrum.

Si horæ antiquæ inæquales in hoc Horologio inscribi debent, diuidendus est Tropicus Capricorni diurnus E A H duodecim partes æquales, Rursusq; Tropicus Cancri in duodecim æquales partes, nempè L A F, à quibus per Q centrum trahes lineas ad C X æquinoctialem, & à puncto, in quo secant normalis erigenda vsq; ad Tropicum Cancri sectionem deorsum, si à semicirculo Cancrino L A F ductæ fuerit, vel ad Tropici Capricorni sectionem V N, si ab eo nempè E A H ductæ fuerint. Et si cupias puncta in Æquatore idem præstandum, sed semicirculus diuidendus incipiendo ab R, & in duodecim partes secandus.

PROBL. III. PROPOS. XVII.

Horologij plano Astronomico centrum habente extra centrum Æquatoris per sectiones Conicas Italicas, & Babylonicas horas exarare.

Detur figura 11. Lam. 10. Horologij Verticalis Inclinati, & Declinantis, in quâ sint à centro A ductæ horæ Astronomicæ A 6., A 7., A 8., & cæt. linea Æquinoctialis B C, sectioq; Conica apparentium maximi D I E, quæ in Exemplo est Ellipsis.

Primus modus erit, si repertis punctis tactuum horarum Italicarum in parallelj semper Apparentium maximi tabella paralleli, seu horarum 24. supra exposita, & ijsdem in maximo parallelorum, nempè Æquatore ducantur ab Ellipsis punctis, quibus tangunt horæ Italicæ ad puncta, quibus secant lineã Æquinoctialem rectæ, Illæ enim erunt horæ italicæ, v.g. in Tabella reperio horã Italicam 18. tangere parallelum semper Apparentium maximum, vbi secat hora 6. à media nocte, & secare Æquinoctialem, vbi secat quoq; hora 12. à puncto Y Ellipsis, duco lineam ad punctum K horæ 12. in Æquinoctiali, & hæc est hora 18., hora 19. trahetur à puncto D, vbi Ellipsim secat 7. hora Astronomica ad punctum Æquinoctialis, vbi hora 1. Astronomica transit, sic hora 17. à puncto y ad punctum o, & sic ex ordine potuisset Ellipsis R I E perfici, & sic multò plura puncta fuissent reperta, sed spatium obstitit.

Verùm non semper est Ellipsis figura Conica semper Apparentium maximi, sed solum quando eleuatur Polus, seu Arcticus, seu Antarcticus, minùs quam gr. 45. Vbi verò solùm 45. parabola erit, vbi verò plusquam 45. Hyperbola. Hinc est, quod non semper omnia puncta reperiantur, sed pro varietate planorum aliquãdo deficiant etiã, aliquando cum est Ellipsis, sed admodum prolongata, plurima puncta, sic in 12. fig. non habemus, nisi in sectione Conica D I E Elliptica semper Apparentium maximi, nisi 7. puncta, nimirum ab I vsque ad R.

Quarè tunc alia puncta per aliquem alium arcum diurnum reperire opus erit.

Nota quoque, quod Horologium in sphæra admodum obliqua potest consequi pro maximo Apparentium, vel Delitescentium ipsum Tropicum Cancri, & Capricorni, vt notauimus Coroll. 2. Expenf. 1. Quomodo verò horæ denominandæ sint inclinatis, & declinantibus infra suo loco.

Secundus modus itaque erit; Si ex documento Expenf. 2. Propof. 27. Trac. præced. reperias arcum diurnum P G hibernum hor. 8. in plano verticali fig. 12. huius Lam. 10., & H Q horarum 16. æstiuum.

Nam si per puncta ex Tabellis arcuum diurnorum exceerpta, per quæ secant horæ Astronomicæ in sectionibus Conicis arcuũ diurnorum per puncta Æquinoctialis lineas rectas ducas, obtinebis Italicas horas, vel Babylonicas. V. g. A P est linea horæ 6. Astronomicæ, quæ secat sectionem Conicam Paralleli 8. horarum in P. Quia ergo hora 14. Italica secat horam 6. Astronomicam, cum dies hybernus est 8. horarum, & secat horam 8., cum est Sol in Aequinoctiali, & dies est 12. horarum, secat quoque horam 10. antemeridianam, cum est dies 16. horarum, ideò duco lineam P I V horæ 14. Italicæ, & sic de cæteris ordinatim.

Ita dicas de hora 10. Babylonica, quæ secat horam sextam Astronomicam in arcu diurno horarum 8., & in Aequatore horam 4. Pomeridianam, & in arcu diurno horarum 16. horam secundam Pomeridianam, ideò dico G L T hora 10. Babylonicam.

Tertius modus est datis Conicis sectionibus Caneri, aut Capricorni.

Ita fig. 13. Lam. 10. huius, dato plano Horizontali, in quo centrum A Aequinoctialis linea B C, punctaque in ea, quibus secant horæ Astronomicæ 7. 8. 9., & cæt.

Cen-

Centrumque Aequatoris Q, ex Analemate desumatur semidiameter Cancri, & facto centro in Q, quod est quoque Aequatoris, describatur eo interuallo circulus, seceturque Diameter, prout in Analemate à Diametro Horizontis secatur prorsùs, vt fecimus Coroll. 2. Propos. 8. Expens. 2. Trac. præcedent., quod si vellis alio circulo ad placitum vti, vt hic fecimus, poteris quidem, sed tunc ex Eucl. lib. 6. propos. 10. proportionaliter secandus erit Diameter electi circuli, prout in Analemate, v. g. Expens. 2. Probl. 2. fig. 4. Lam. 6. propos. 8. præced. Tract. Diameter m r secatur ab Horizonte C B in X.

Sit ergo diuisio hæc proportionalis, vel desumpta in Analemate in P, trahaturque perpendicularis L F, ita quod F A L sit arcus nocturnus Cancri, vtpotè minor L F G diurnus, qui maior, & remanet super planum Horologij, quia scilicet Q exprimit centrum Mundi, in quod stylus terminat, & quod necessariò ante Horologium esse debet, sicut est maior pars paralleli Cancri, & sic ducas H M pro diurno Capricorni arcum ab scindens diurnum H G M æqualem nocturno Cancri F A L.

Diuide igitur hunc circulum in 24. partes incipiendo ab F puncto Occidentali, vt patet considerato Horologio in proprio situ, procedendo per arcum Nocturnum versùs A, & hoc pro horis Italicis, vt in figura, vel si cupias Babylonicas, incipies ab L puncto Orientali, & versùs G per arcum diurnum progredieris, vt numeri indicant 12. 13. 14. & cæt., & hoc pro Tropico Cancri, sed pro Tropico Capricorni idem efficies incipiendo ab M, tendendo versùs A pro Italicis, vt sunt numeri 21. 22. 23. sed ab H tendendo versùs G L pro Babylonicis. Si ergo velis trahere horam v. g. 12. hoc pacto eius punctum reperietur in sectione conica Cancri E D. Ducito à puncto H horæ 12. per Q lineam occultam H Q N, deinde à centro A aliam ad N, vbi proxime ductus H N lineam æquinoctialem secat in N, secabitque hæc linea A N conicam sectionem E V O D in O, quod erit punctum ex quo hora 12. erit ducenda, quæ in hoc Horologio est æquidistans Æquinoctiali ex doctr. Expens. 3. cum axi eorum æquidistet hoc planum, vt patet ex fig. 1. Lam. 9. Expens. 18. K R in ea fig. est axis horæ 12. Italicæ, vel 6. Babylonicæ Horizontis Æquinoctialis, & circuli horæ sextæ Astronomicæ, & Verticalis primarij, huic verò axi cum sit in plano Horizontis necesse esset planum Horizontale æquidistare, vnde in hoc Horologio E D horæ sextæ, K X Verticalis primarij, O 12. linea horæ 12. & B C Æquinoctialis parallelæ sunt. Deinde sit in animo 21. horam trahere puncto 21. in circulo per centrum Q linea occulta ad Æquinoctialem terminet, quæ vt 21. Q R, & ad punctum R terminationis descendat à centro Horologij A linea A R, quæ secabit sectionem conicam Cancri E I D in V, per V ergo erit ducenda linea horæ 21. Italicæ. Deinde ex Tabella arcuum diurnorum notum est horam 21. Italicam transire per horam 3. Astronomicam in linea Aequinoctiali, vnde per hæc duo puncta V, & 3. lineam horæ 2. ducemus; & sic de omnibus alijs excepta hora 23. quæ nullo modo potest conicam sectionem Cancri secare, vnde eam reperiemus in altero Tropico Capricorni à puncto Capricorni 23. per Q centrum Aequatoris, ducendo lineam 23. Q r, & ab A centro Horologij per r, quo secat Aequinoctialem ducendo lineam A r e, quæ secabit Conicam sectionem Capricorni in e, deindè reperta ex tabella hora Astronomica, per quam in Aequinoctiali transit hora 23. Italica, quæ erit 5. per punctum 5., & punctum e ducemus e B, quæ erit Italica 23. vel vtemur secundo modo, vel producta hora 13. matutina, vbi secat lineam horæ 6 in puncto 6., ibi erit punctum, per quod, & per B horæ 5. Astronomicæ linea horæ 23. ducenda erit, nam in tabella intersectionum linea horæ 6. Astronomicæ 23., & 13. se intersecant.

Corollarium.

Hinc deduces in istis lineis ducendis magnam esse varietatem, vt quandoque vnus modus non sufficiat, sed multi necessariò requirantur, vt quando aliquo vti, vel angustia plani, vel eius inclinatio non permittat per alium modum scopum præstitutum attingamus. Quarè & sequenti Expens. alios modos ostendemus.

Quæres, cur producta linea horæ 6. Astronomicæ fig. 12. det in oppositam partem producta in D sectionem figuræ Conicæ, per quam debeat transire hora 18. Italica. Respondetur hanc proprietatem fuisse demonstratam præced. quæst. in Cor. Theor. 4. 5. & Cor. Expens. 2. Theor. 6. Propos. 14.

Nam sectiones triangulares, quas faciunt in quocunque Conò horæ Astronomicæ, quorum plana per axem Conorum transeunt, tanguntur ab oppositis circulis, aut secantur horarum, quibus Itali, vel Babylones vtuntur. Vnde quia sectio 7 L P dat horam 6. antemeridianam, & 6. pomeridianam Diametrales. Horæ quoque Babylo-

 nicæ,

niez, & Italicæ Diametrales per punctum in sectione Conica eius transitus, vel tangent, vel secabunt. Sic punctum Y, qui daret contactum horæ 5. nocturnæ Italicæ, si producatur vltra centrum A in R dabit punctum contactus horæ 17., quę 12. horis, idest semicirculo distat. Vnde hac regula plurima puncta horaria in sectionibus quibuscunque Conicis poteris reperire.

Corollarium.

Hinc etiam poteris delineare Horologium antiquum Horizontale, si enim arcum æstiuum LYF in duodecim partes æquales diuiseris, & similiter hibernum HIM Aequatoris, & ab eis per Q traxeris lineas ad æquinoctialem lineam CB, & à centro A lineas per ea puncta ab illis in æquinoctiali BC signata duxeris; ita quod, quæ proueniunt ab arcu ęstiuo originariè secent sectionem Conicam Cancri DVQE, quę verò originem sumunt ab hyberno HGM perueniant vsque dum secent sectionem Conicam Capricorni MQH, illę secando inuenient puncta in sectionibus, quę rectis vnita incipiendo ab A Q in vtranq; partem signabunt horas antiquas. Quod si cupias hæc puncta in Aequinoctiali diuides semicirculum in partes duodecim, & idem efficies ducendo rectas ad æquinoctialem BC à centro Q, quæ absq; quo ducas à centro A dabunt puncta, quę desideras, & hoc idem præstandum pro planis Verticalibus.

EXPENSIO IV.

DE HORIS ITALICIS, BABILONYCISQVE DESCRIBENDIS,

Ope intersectionum, quibus & se, & horas Astronomicas intercipiunt.

TRes lineæ præcipuæ sunt, quæ & ab alijs independentes describi possunt, ex quarum intersectione cum Astronomicis, deinde cæteræ describantur. Hæ verò tres sunt linea horæ 24. ab Ortiua Italis, ab Occidua Babylonijs, qualis est in fig. 4. propos. 8. huius circulus punctatus KGRI, qui habet communem axem KR cum Æquatore, & Horizonte; tangitque Apparentium maximum in puncto horæ 12. Astronomicæ; seu Meridiani in G, tantumque distat ab Aequatore FKE, quantum ipse Aequator ab Horizonte, nempè à puncto B, quo tangit parallelum Delitescentium maximum, quia Aequator distat à duobus istis parallelis æqualiter. Secunda linea est horæ 18. Italis, 6. Babylonicis, qui in fig. 4. Expens. 4. huius propos. 8. cit. repræsentatur in circulo SFIE, qui tangit parallelos Apparentium, vel Delitescentium maximos in S, & 1., quo linea 6. Astronimica secat, & transit per Aequatorem in E, & F, habetque communem axem EF, cum ipso, & cum Meridiano, qui est ad angulos rectos cum axe Mundi AC, cuius portio Qt in fig. 4. propos. 8. huius intercipitur inter planum Horologij, & centrum Mundi est eadem in quocunque Horologio, ac portio intercepta eadem t Q Diametri Aequatoris, in quo secatur à Meridiano, Semper verò distat à Polo Mundi A, vel opposito C, quantùm distat circumferentia semper Apparentium, vel Delitescentium maximi per arcum 6 A in fig. 4. citata, qui est ęqualis arcui DA.

Tertia linea est Horizontalis, cuius circulus est in prędicta fig. DKBR, cum autem in quocunque Horologio pręter illud, quod Horizonti ęquidistat, linea Horizontalis in eo describendo exaretur, restat, vt doceamus descriptionem aliarum.

THEOR. I. PROPOS. XVIII.

In quocunque Horologio Meridiano linea horæ 12. Italicæ, seu Babylonicæ se intersecat in communi puncto, quo transeunt linea Horizontalis, & Aequinoctialis, eundemque angulum, quo illa inter se cum Æquinoctiali facit, sic & hora 18. Italica, & 6. Babylonica in plano Polari.

PRobatur ex fig. 14. propos. 18. Lam. 11. Nam planum Horologij Meridiani Meridiano ęquidistat, & eius Diametro BD, Ergo secat ad angulos rectos axem KQR. Ergo secundùm doctrinam fig. 5. propos. 15. Expens. 9. Tract. 1. Lam. 2. se intersecabunt circulus RGKL horę 12. Italicę, vel Babylonicę, RFKE Aequator, DKRB Horizon in eodem puncto, quo axis planum secat, & eorum sectiones angulos eosdem imprimunt in plano Horologij, quales inuicem habent; sed angulus GQF, & angulus FQB horum discorum ęquales sunt. Ergo etiam sectiones eorum ęquales angulos intercipient.

Probatur secunda pars eodem principio, quia planum Polare, vtpotè ęquidistans axi Mundi AC, axem EF horę Italicę, seu Babylonicę Horthogonaliter secat, ęquidistat verò circulo horę sextę Astronomicę. Ergo hora 18. Italica EMFI, vel 6. Babylonica, Aequator EFRK se intersecabunt angulis ęquis.

THEOR.

THEOR. II. PROPOS. XIX.

In quocunque Horologio seu Polari, seu Æquinoctiali, seu Horizontali, seu Verticali etiam inclinato ad Horizontem linea horæ 12. Italicæ æquidistat lineæ, vel Horizontali, si adsit, vel Æquinoctiali, sicq; hora 18. Italica, & hora 6. Babylonica in Meridiano, & Æquinoctiali.

PRobatur, omnia ista Horologia æquidistant alicui circulo fig. 14. propos. 18. Lam. 11. qui in axe KR, in quo se secat hora 12. R G K L, se decussant, ergo & axi KR æquidistabunt, qui est in eorum superficie, nimirum Polare circulo horæ sextę A R C K, Aequinoctiale circulo Aequinoctiali E R F K, Horizontale Horizonti D R B K, Verticale Verticali primario transeunti per R, & K ab e Vertice, & cęt. vt ex doctr. Expens. 4. propos. 18. fig. 1. Lam. 1. Tract. 1. huius Theor. 1. & 2. euidens est.

Probatur secunda pars, quia axi E F horę 18. Italę, & 6. Babylonicę, quę tangunt in M, & I ea plana ęquinoctialia, & Meridiana ęquidistent, quia sunt ęquidistantia a xi Meridiani, & Aequinoctialis.

THEOR. III. PROPOS. XX.

In cæteris omnibus sciatericis planis linea horæ 12. cum Horizontali, & Æquinoctiali linea horæ 6., & Verticali in eodem puncto concurrunt; sic & hora 18. Itala, seu Babylonica cum linea Meridiana, & Aequinoctiali in eodem puncto concurrunt.

PRobatur ex doctrina Exp. 5. Theor. 1. fig. 12. Lam. 1. propos. 26. Trac. 1. huius. Nam omnes isti circuli in eodem axe concurrunt. Ergo & etiam eorum sectiones in idem punctum concurrent, quo secat axis, non tamen isti in Meridiano angulis ęqualibus, sed varijs pro varia inclinatione planorum, quę axem rectangulè non secant, vt in Horologio Meridiano. Probatur secunda pars, quia communis axis E F secet planum Horologij. Vnde sectiones ex eadem doctrina concurrent, quod verò concurrant etiam patet ex propos. 26. Nam ea omnia Horologia centrum habent, quo horarię linęę concurrunt, vbi secat axis.

THEOR. IIII. PROPOS. XXI.

Horologium Verticale, aut non recipit, aut vix recipit horam 12. Sicut æquidistans Meridiano horam 18. Italicam, & 6. Babylonicam aliquando vix recipit.

PRobatur prima pars. Quia si quando altitudo Aequatoris est 45. Graduum, vel maior, tunc hora 12. cum duplò magis eleuetur ab Horizonte, quam Aequator, aut in Vertice erit in e in fig. 14. propos. 18. Lam. 11. aut vltrà verticem; Si in Vertice, tunc planum horarium Verticale circulo horę 12. ęquidistabit, vel si sit vltrà inter D, & E, tunc transiens per centrum Q, tantò magis elongabitur ab Horologij plano: Vix verò secabit, si quando accedat ad verticem e, tunc enim descendens ab e per Q infrà lineam Aequinoctialem remotissimè secabit.

Probatur etiam secunda pars; quia parallelus Apparentium maximus sit angusti gyri, & propè Polum, tunc hora 18. & 6. remotissimè Meridianam secabunt, vt per se patet, cum tunc punctum M accedat ad Polum A, vnde radius ab M transiens per Q remotiùs tunc secabit.

THEOR. V. PROPOS. XXII.

Circulus horæ 12. habet axem ad angulos rectos cum axe Verticalium, & Horizontis.

PRobatur, quia axis Verticalium in fig. 14. propos. 18. & ex Expens. 11. est perpendicularis e Q, sed axis R K, vtpotè in Horizonte, est ad angulos rectos. Ergo Axis horæ 6. vel 12. est ad angulos rectos cum axe Verticalium.

Corollarium.

Vnde patet, quod Diametri Meridiani portio perpendicularis lineæ Meridianæ Horologij est illa, ex qua describitur circulus repræsentans Meridianum B G D L fig. 14. Lam. 11. per quem Angulis horum circulo Verticalis e K R horæ 12. Italicæ C K L R Horizontis D K B R mensurantur, horæ sextæ Astronom. C A K C R. Sicut Æquator circulos horarios. Vnde sicut ad illorum describendas sectiones requiritur pro distantia centri circuli exprimentis Aequatorem Diametri, Aequatoris portio intercepta inter lineam Aequatoris in plano Horologij, & centrum Mundi, sic hic requiritur portio Meridiani Diametri intercepta inter centrum Mundi, & planum Horo-

rologij rectangula ad sectionem Meridiani in ipso Horologio, ad hoc vt describatur circulus Meridianum exprimens, qui deseruit, vt describantur horæ prædictæ, cum circulum horæ sextæ Astronomicæ Verticalem primarium, Horizontem, Aequinoctialem, circulumque horæ 12. Italæ, vel Babylonicæ bifariam diuidat, & eorum angulos mensuret, sicut Aequinoctialis angulos circulorum horariorum.

THEOR. VI. PROPOS. XXIII.

Circulus horæ 18. Italicæ, & 6. Babylonicæ habent axem, qui facit angulos rectos cum axe Mundi.

PRobatur. Quia axis horum circulorum, vt MFIE fig. 14. Lam. 11. est Diameter Aequatoris EF. Sed Diameter Æquatoris est ad angulos rectos cum axe Mundi AC, ergo & axis horæ 18., & Italicæ, & 6. Babylonicæ.

Corollarium.

Hincque enascitur, quod portio Diametri tQ in fig. 4. propos. 8. huius Lam. 9. vnde describitur Æquator, est rectangula huic portioni Diametri, quæ erit tQ, ex qua describetur circulus horæ sextæ Astronomicæ, nempè AKCR fig. 3. huius Lam. 9., quæ circulos Meridianum, & horæ 18. Italicæ, & 6. Babylonicæ bifariam diuidit, vt Aequator circulos horarum Astronomicarum.

PROBL. I. PROPOS. XXIV.

Lineam horæ 12. Italicæ, seu Babylonicæ in plano Horologij quocunq; reperire.

SIT primò planum horologij Meridianum fig. 15. Lam. 9., in quo nulla linea Meridiana, sed Horizontalis CD, Aequinoctialis FE, cuius angulus cum Horizonte COF, fiat alius angulus similis FOG, & trahatur GOH per O, vbi Meridiana secat Horizontalem. Dico lineam GOH esse horæ 12. patet ex 1. Theor. se enim intersecat in O, vbi Aequinoctialis, & Horizontalis concurrunt, & duplò quam Aequinoctialis angulo COG, eleuatur ab Horizonte, patet ex propos. 18. huius.

Detur secundò planum Verticale non declinans fig. 16. Lam. 9. vel 10., in quo AB Meridiana, CD Horizontalis, triangulum Gnomonicum AIO, centro I ducatur quadrans DV, prolongeturque OI in T. Quoniam OI est portio Diametri Aequinoctialis, vt ex Expens. 4. constat, & CD Horizontalis eius altitudo super Horizontem erit DIT, quæ dat punctum O; per quod ducitur Aequinoctialis linea FE, ergo si fiat angulus VID duplo maius, ducaturque VB per I habebimus punctum B, per quod linea GH horæ 12. ducetur, patet ex propos. 19. huius.

Detur tertiò planum Horizontale in fig. 17. huius Lam. 9. vel 10., in quo AB meridiana, AIO triangulum gnomonicum, RI portio Verticalis, trahatur per I parallela plano AO, quæ sit DI, hæc erit sectio Horizontalis.

Centro itaque I ducto ad placitum quadrante; Angulus eleuationis Aequatoris DIT dabit punctum O Aequinoctialis, & consequenter angulus duplò maius DIV, ducta VI dabit in B punctum, per quod ducetur linea horæ 12. BG, & idem prorsùs fiet, si planum sit inclinatum ad Horizontem, vt est QO. Dummodo iuxta angulum inclinationis trahatur OQ hoc totum patet ex dictis in Theorematibus superiùs positis, & præcipuè ex Coroll. 1. Theor. 5. propos. 22. siquidem RI est portio Meridiani. Nam RI est linea Horizontalis, vel Verticalis, quæ vtique est portio Diametri Meridiani, cum hæ lineæ sint intersectiones Meridiani cum istis circulis. Quarè interuallo RI facto centro descriptus circulus exprimet Meridianum, qui mensurat angulum Aequinoctialis cum hora 12.

Detur quartò planum Horizontale in fig. 18. Lam. 10. declinans, in quo Horizontalis linea D, Aequinoctialis XEA, sed triangulum AIO sit illud, quod repetite docuimus Expens. 12. Probl. 2. in quæsito, in quo AI est sectio Verticalis primarij cum Horizonte, Aequinoctiali circulo horæ sextæ Astronomicæ, & IO portio Meridiani intercepta inter centrum Mundi, & planum Horologij.

Transferatur itaque IO in OD, & centro D describatur circulus exprimens Meridianum, mensuratoque VA æquali altitudini Æquatoris, ducatur DV, quæ necessariò debebit transire per X: factoque deinde angulo ADT duplò maiori, quia CDV Aequatoris altitudinis ducatur DR, & vsque ad Meridianam lineam OR. Deinde ex centro A, vbi Horizontalis, & Aequinoctialis se intersecant ducatur AR, quam dico esse horam 12. Italicam, vel Babylonicam in plano Verticali declinante. Probatur autem id ex Theor. 3. propos. 20. quoad concursum in punctum A; quoad verò inuentionem centri D Meridiani patet ex quæsito 12. Probl. 2. fig. 43. propos. 58. Lam. 5. Trac. 1. cæteræ verò operationes

ex

ex dictis satis patere possunt, eadem enim regula innixa eodem fundamento seruatur, ac in describendis Horologijs Astronomicis centrum habentibus.

Detur tandem quintò in fig. 19. huius planum declinans, & inclinatum Expens. 9. fig. 33. propos. 46. Aequinoctialis B S e, Horizontalis B G, horæ sextæ P B, in qua Meridiana est P I, triangulumque in planitie Meridiani I P H, in quo est signata sectio Horizontis, si concipiatur in suo situ G H, & sectio Aequatoris S H, vt docuimus Expens. 9. Probl. 2. fig. 26. propos. 43. Fiat ergo centro H referenti centrum Mundi circulus, vel quadrans O G S, fiatque angulus G H duplò maior, quam angulus sectionis Aequatoris cum Horizonte G H S, quia Aequator, vt in fig. 14. propol. 18. Tract. huius Lam. 11. E K F R ex æquo intercipitur inter Horizontem D K B R, & circulum horæ 12. R K G R, ducaturq; per e ab H centro vsque ad Meridianam in Z linea H Z, & à puncto B, vbi Aequinoctialis secat Horizontalem, ducatur B Z, dico hanc esse lineam horæ 12.

Probatur, quia est eadem prorsùs operatio, ac superiores; quod autem punctum H sit distantia perpendicularis, quam habet centrum Meridiani à sectione Meridiana, patet ex cit. Probl. 2. Expens. 9. fig. 26. propos. 43. Lam. 4., & est idem triangulum, ac illud quod repræsentatur in suo situ in fig. 26. Expens. 9. in triangulo B L Y, in quo sectio meridiana in Horizonte B C, quæ hic est G H, at Meridiani in plano irregulari Y B, quæ hic est G I, cui semper ad angulos rectos insistit Y L axis Verticalis, quæ est hic H I, centrumque, in quo conueniunt L; vnde distantia perpendicularis à sectione G I erit hic G H, quia G H est linea meridiana portio diametri meridiani, si consideretur triangulum G H I eleuatum à pagina positum in suo situ, ita vt H I perpendiculariter Horizonti insistat.

PROB. II. PROPOS. XXV.

Horam 18. Italicam, aut 6. Babylonicam independenter ab alijs in quocunque plano sciaterico ducere.

Mutatur in hac propositione subiectum, sed eadem est ratio, & ferè eadem operatio, sit ergo fig. 15. Lam. 9. planum Polare, in quo circulus D Q C H sit horæ sextæ Astronomicæ C D Aequinoctialis, & O Q Meridiana mensurata eleuatione Poli à Q, quæ sit Q F, vel altitudine Aequatoris eadem, ac horum circulorum ab ipso Aequatore à e puncto ipsius, quæ sit e F, ducatur F O E, quæ erit sectio horæ Italicæ 18., vel si fiat in D Q erit horæ Babylonicæ 6. pro plani situ, quod patet ex secunda parte Theor. 1. Propos. 18.

Detur secundò planum aliquod Verticale directum, aut etiam solum inclinatum, seù Horizontale fig. 20., in quo linea Meridiana A B, Aequinoctialis F E, linea horæ 6. C D, triangulum Gnomonicum O I B, & axis O I, mensura axis O I transferatur in A B, & sit O A, & centro A fiat circulus exprimens circulum horæ sextæ Astronom., mensureturque in alter vtram partem altitudo Poli V T Regionis, & V X; & per T, & X à centro A radij agantur A D, & A C, & vbi secant lineam horæ 6. in C, & D per punctum B, vbi Meridiana secat Aequinoctialem agantur duæ lineæ C B, & B D. Nam vna eius linea 6. Babylonica, altera 18. Itala, pro diuerso situ plani sciaterici, seù Horizontale, seù Verticale.

Probatur ex Theor. 6. Nam si O I est axis Mundi I B, erit axis circuli horæ sextæ. Vnde ex Coroll. propos. 22. erit I O portio intercepta Diametri circuli horæ 6. inter centrum Mundi I, & planum Horologij; descriptus ergo circulus X V T ad eam distantiam I O à sectione horæ sextæ repræsentabit circulum horæ 6., & punctum V, quo meridiana secat punctum, quo Polus reperitur; distat verò contactus horæ 6. Babylonicæ, vel 18. Italicæ à Polo, quantum est eleuatio Poli, vt patet fig. 1. Expens. 18. Ergo T, & X puncta distantia ab V, & constructione quantùm est eleuatio Poli in circulo horæ sextæ Astronomicæ, repræsentabunt contactus circulorum horæ 6. Babylonicæ, & 18. Italicæ, vnde per hæc puncta radij ducti A C, & A B, non secus, ac radij Aequatoris in Aequinoctiali in sectione C D horæ 6. inuent puncta, per quæ à centro B, vt constat ex Theor. 3. par. 2. ductæ rectæ repræsentabunt sectiones horæ 6. Babylonicæ, & 18. Italicæ.

Detur tertiò Planum Verticale, vel Horizontale fig. 25. Expens. 8. propos. 40. Lam. 3. quod sit fig. 21. Lam. 10. in quo linea Meridiana A P Horizontalis, seu Verticalis F D, Aequinoctialis F E, altitudo Poli O P. Detturque vt Expens. 7. in Quæs. Prob. 1. F P I triangulum, quod facit Meridiana P I, & F I Verticalis in planitie disci Horizontis, & A F linea horæ 6. Assumatur A D, transferatur in A H, sicque F I, & coniungantur, ita vt fiat triangulum F H A; cuius F H sit æqualis F I, & A H æqualis A D, clausis enim istis triangulis Vertices H I D mutuò se tangent, in vnumque Verticem

ticem solidum conuenient; quia latera F I, & F H, quæ se debeat vnire, sicut I B, & B D; nec non & A D, & A H suot æqualia ex constructione; triangulumque solidum efficient, quod raptæsentat fig. 23. propos. 29. Expens. 8. Lam. 3. triangulum solidum B L 6. A, vbi vides triangulum planum L 6. A esse in planitie circuli horæ 6. Astronomicæ transeuntis per E P D; quia est super sectionem 6. L in planitie H P M Horizontis existentem, quæ est sectio disci horæ 6., quare & hic triangulum F H A esset in F A eadem sectione. Vnde est portio triangularis disci circuli horæ 6. Astronomicæ, & F H est linea Horizontalis, & A H axis Mundi. Vnde ducto arcu T X K, mensurabitur à T altitudo Poli, quæ erit X T, vel X K, & ab H centro Mundi per X, vel K ducta H C, vel K H dabit punctum in linea F A horæ 6. Astronomicæ, quo ducenda est linea horæ 6. Babylonicæ, vel 18. Italicæ per centrum E, vbi E F Aequinoctialis A E Meridianum secat.

Probatur. Quia cum H sit centrum Mundi, & triangulum F H A sit portio circuli horę 6., & H A axis, & A F sectio horę sextę. Habemus ergo distantiam centri H à sectione horæ 6. in plano Horologij. Vnde circulus ex H descriptus exprimet circulum horæ 6. Astronomicæ, & arcus X T in eius circumferentia distantiam ab axe contactus circuli horæ 6. Astronomicæ eum sexta Babylonica, & 18. Italica, vt patet ex Theor. 3. propos. 20., & Theor. 6. propos. 25. huius.

Detur quartò planum declinans, & inclinatum ex fig. 33. propos. 46. Exp. 9. Lam. 4, quod hic sit fig. 19. Lam. 10. propos. 24., in qua B G Horizontalis, I P Meridiana, B S E Æquinoctialis: triangulumque rectangulum E B G, quod facit Meridiani disci sectio cum sectione Horizontis, & plani horologij cum sectione disci horæ 6. Astronomicæ in planitie Horizonrali, quod docuimus facere propos. 46. Expens. 9., ita vt E G sit Meridiana in disco Horizontis, & B E horæ 6. Astronomicæ, & B G sectio Horizontis cum plano Horologij, & P H axis Mundi, & G H eadem sectio Horizontalis, quæ cum G E debeat conuenire, & H, & E vertices in vnum verticem, ex æquali B X ipsi B E, & æquali linea P X, lineæ P H fiat triangulum, quod sit B X P. Clausis verò istis triangulis tanquam quædam valuæ papyro B P G triangulari annexæ in vnum verticem, conuenient vertices X, E, H, ob æqualitatem laterum, quæ se debent vnire, vt B X cum B E, sicut G E cum G H, & P H cum P X, & facient triangulum solidum, quod in fig. 26. propos. 43. Expens. 9. Lam. 4. exprimit B L A 6, ita vt A 6 L triangulum referat triangulum, quod in hac fig. est B X P, quod super sectionem B P horæ sextæ existit, & terminat in centrum Horologij P, & super sectionem B E existeret, si se vniret cum alijs, vt omnes has tres proprietates habet, etiam L 6 A in fig. 26. propos. 43. Lam. 4. Trac. 1., siquidem ibi L A est axis L 6 sectio circuli horæ sextæ, & Horizontis 6 A eiusdem sectio cum plano Horologij, vt hic est triangulum X B P. Cum ergo consequamur triangulum B X P, superficiei disci horæ 6. Astronomicæ, & distantiam centri X Mundi à sectione horæ sextæ Astronomicæ P B, possumus ducere centro X circulum ad placitum, qui exprimat circumferentiam circuli horæ 6. Astronomicæ, & in hac circumferentia mensurare arcum quo elongatur T L contactus horæ 6. Babylonicæ, vel horæ 18. Italicæ ab axe Mundi X T, quæ est eadem, ac altitudo Poli, & educta X L, vel X K, vbi secat lineam horæ 6. Astronomicæ B P in V, vel K, & per V, vel K punctum ab S quo se decussant Meridiana, & Aequinoctialis linea recta ducta erit hora 18. Italica, vel 6. Babylonica.

Probatur, quia est eadem prorsùs operatio, & modus ac antecedens.

Quintò detur planum Meridianum fig. 22. Lam. 9. & 10. in quo Aequinoctialis sit A B linea horæ 6. Astronomicæ E A K producatur A B, in L, & in ea portio assumpta A G, sit longitudo styli, & ducatur C I parallela ad E A, & in C facto centro ducatur circulus, deinde ab L altitudo Poli regionis supputetur, quæ sit L D, & ducatur D E per C, & ex E puncto ducatur E F parallela ad A B, nam hæc erit linea 18. Italica, vel 6. Babylonica. Probarur, quia hoc planum axi Mundi, & Diametro horæ 6. Astronomicæ æquidistat quantum est longitudo styli; quare, & sectio eius in hoc plano eidem axi æquidistabit; quare C I, quæ ex constructione æquidistat sectioni horæ sextæ E K quantum est longitudo styli, erit axis Mundi, & semidiameter horæ 6. Astronomicæ, quare circulus ex C Vertice styli, & centro Mundi ductus exprimet circulum horæ 6. Astronomicæ; mensurata itaque in illo altitudo Poli, dabit D punctum contactus, & Diameter C D transiens per centrum, & terminans in E, vel K dabit punctum E, aut K in sectione E A horæ 6. Astronomicæ, ex quo ducta parallela ex Theor. 2. Tract. 1. rapræsentabit sectionem horæ 6. Babylonicæ, & 18. Italicæ.

PROBL.

PROBL. III. PROPOS. XXVI.

Babylonicas, seu Italicas horas describere per intersectionem horæ 12. Italicæ, seu Babylonicæ cum Astronomicis.

SIT datum planum Horizontale fig. 23. Pr. 26. Lam. 10. in quo oporteat horas Italicas delineare. Sit verò in eo datum centrum A linea horæ 12. D C reperta ex Probl. 1. Propos. 24. Aequinoctialis B E, Horæque Astronomicæ A 5, A 4, & cæt. cum dimidijs horis productis saltem vsque ad horam 12., v. g. A D sexta, A G quinta, A I quinta, & dimidia astronomica, & sic de cæteris, sitque trahenda hora 22. Italica. Vide igitur in Tabella Intersectionum Coroll. pt. 14. sub columnis horæ 12. Italicæ, seù Babylonicæ horam 22. reperias, è regione respondebit hora 5. Astronomica. Ergo punctum G erit illud, in quo 12. Babylonica, 22. Italica, & E G A Astronomica concurrunt. Quære deindè eandem horam in tabella Aequinoctialis, & videbis, quod hora 22. se intersecat cum hora 4. cum Æquinoctiali. Ergo per punctum G, & 4. ducito lineam G 4, 22., hæc enim hora erit 22., & sic ages de alijs, describesque Horologium Italicum Horizontale à dimidijs horis Astronomicis in linea C D horæ 12. ad integras horas in Aequinoctiali secantes, ducendo lineas horarum Italicarum, & idem agendum in ducendo Babylonicas.

PROBL. IV. PROPOS. XXVII.

Horologium Italicum, seù Babylonicum per intersectionem cum Astronomicis in linea Horizontali describere.

SIT planum Meridianum fig. 24. Lam. 11. spectans Occasum, in quo detur Horizontalis linea I B, linea Aequinoctialis C P, linea horæ 12. Italicæ, seù Babylonicę, vt supra Probl. 1. propos. 24 fig. 15., modo primo reperta E F. Lineæ quoque horariæ Astronomicæ cum suis dimidijs, quales sunt parallelæ 1, 2, 3, 4, 5, & cæt., sitque delineanda in eo hora 22. Italica in tabella horæ 24., reperio horam 22., & è regione hora 11. Astronom.

Ergo punctum B horæ 11. Astronomicæ erit illud, ex quo ducenda est hora 22. Italica. Rursùs reperio horæ 22. aliam intersectionem cum hora 4. Astronomica sumptá in Aequinoctiali, vt est punctum O, ducoque lineam O 22., quam dico esse horæ 22. Italicæ, quod si placeret obseruare ad maiorem securitatem aliud punctum in linea 12. horæ Babylonicæ F E, vide tabellam huic horæ dicatam, & reperies debere transire per horæ quintæ Astronomicæ intersectionem, cum hora 12. E F. Sic hora 16. Italica, in linea dicta E F per V horæ 2. intersectionem, & in linea Horizontali per Y horæ 8. Astronomicæ intersectionem.

PROBL. V. PROPOS. XXVIII.

Horas Italicas, seu Babylonicas per intersectionem cum Astronomicis in linea horæ 6. Babylonicæ, vel horæ 18. Italicæ, delineare.

SIT datum planum declinans, & inclinatum in fig. 25. Lam. 11. huius, quale datum est Expens. 9. fig. 33. propos. 46. Lam. 4. & B C sit linea Aequinoctialis P Q, Meridiana, aliæque lineæ horarum Astronomicarum cum suis dimidijs, quæ eo in plano capiunt, sitque D E hora 18. Italica, & 6, 6. hora 6. Babylonica, vt supra inuenta; Oporteatque in hoc plano horas Babylonicas delineare, v. g. horam 22. Babylonicam. Reperias in tabella intersectionum Coroll. pr. 14. horæ 18. Italicæ, horam 22. & è regione erit hora 8. Astronomica, nempe punctum V. Reperias rursùs horam 22. in Aequinoctialis tabella, & è regione erit hora 4. nempe punctum B; ducta ergo linea B V per puncta B, & V erit 22. Astronomica, hoc autem dictum sit per modum exempli.

Nam hora 22. Babylonica semper est nocturna. Rursùs sit ducenda hora 7. hæc in tabella horæ 18. Italicæ comitatur horam Astronomicam 1. ½, nempe punctum O. In Aequinoctiali verò horam 1. Astronomicam, nempe punctum T. Ergo per T O ducta linea dabit horam 7. Babylonicam, & sic de alijs.

PROBL. VI. PROPOS. XXIX.

Horas Italicas, seu Babylonicas per parallelismum, cum horis Astronomicis in aliquibus Horologijs deducere.

PLana, quæ hoc priuilegio fruuntur illa, quæ æquidistant alicui circulo Horario, & potissimum prædictis 6. in tabella Intersectionum Pr. 14. Coroll. enumeratis, nimirum Horizontis, seù horæ 24. horę 12., horæ 18., horæ 6. Babylonicis, seu Italicis, & horæ 6., & 12. Astronomicis.

Nam quælibet binæ horæ columnares

dextera, & sinistra in plano illo æquidistant; sic in duabus columnis horæ 24., hora 1. Italica, vel Babylonica, & hora ½ Astronomica æquidistat; sic 2., & 1., sic 3., & 1.½ in plano Horizontali, sic in plano Meridiano in duabus columnis horæ 12. Astronomicę, 1. Italica, & 23. Babylonica æquidistant 21, & 22., & cæt.

Hoc autem totum patet ex Coroll. Theor. 5. propos. 5. Expens. 1. huius, & nedum in istis planis, sed in omnibus alijs, v. g. in aliquo plano æquidistante horę 23., nam omnes duæ horæ, quæ huic horæ hinc inde æquidistant in hoc plano erunt parallelæ.

Detur itaque planum Horizontale in fig. 23. Lam. 10. propos. 26. Probl. 3., in quo omnia dentur, vt in eo problemate, sitque ducenda hora 13. Italica in tabella horæ 24. è regione horæ 13, reperio 6.½.

Igitur hora 13. Italica, & 6.½ Astronomica, quæ est A D erunt parallelæ: Reperiatur ergo in Aequinoctiali eius intersectio, quæ erit cum hora 7. Astronomica.

Quarè à puncto B horæ 7. Astronomicæ in Aequinoctiali duco parallelam B Y horæ 6.½ A D Astronomicæ, & hæc erit hora 13. Talis est Iiala 14. quæ æquidistat horæ 7. Astronomicæ, & 15. Itala, quæ æquidistat horæ 7.½, & ita de alijs.

Sic in Horologio Meridiano 23. Italica, & 1. Babylonica, sic 22., & 2. sic 21., & 3. parallelæ sunt, quod planum Horologij disco horæ 12. æquidistet, vt patet in fig. 24. Propos. 27. huius Lam. 11.

PROBL. VII. PROPOS. XXX.

Horas Babylonicas, seu Italicas inuerso Horologio pro planitie Horologij contraria, vel reciso dignoscere, & proprijs numeris insignire.

HOC totum dependet ab Astronomicis horis, quæ ductæ, suisque numeris insignitæ statim indicabunt, quomodo denominandæ sint horæ Italicæ, seu Babylonicæ. Nam in fig. 11. Propos. 17. Lam. 10. Expens. antecedentis si rescindas partem Cancri à parte Capricorni in linea Horizontali Y V, vt alteri faciei deseruiat, remanebunt horæ Astronomicæ in parte Capricorni alio pacto denominādæ, Orientales enim fient Occidentales, & quæ ibi linea Astronomica insignitur, v. g. numero 2. debebit notari numero 10., vt docuimus Expens. 5. Trac. 1. Videbis ergo in tabella intersectionum, quænam hora Babylonicæ, si fuerint primo ductæ lineæ Babylonicę, vel Italicæ, si Italicę in Aequinoctiali transeat per horam 10., & videbis hanc esse horam 16.

Ergo talis est hora Italica, inuerso Horologio pro altera facie, quæ modo est hora 20. sic dices de fig. 12. Propos. 17. huius, in qua hora 23. Babylonica ante Ortum Solis in verticali Meridiem spectante, si deinde ea portio abscindatur, vt seruiat faciei Boreali, illa hora transibit per 5. Astronomicam, sed mutatis numeris Astronomicis ob Horologij inuersionem, ista fit hora 7. Per horam autem 7. in Æquinoctiali transit hora 1. ab Ortu, & Babylonica, & sic dicas de alijs, si verò nolles inuertere Horologium, cum etiam id possit fieri, dummodo tunc inferior locus styli statuatur, & linea Horizontalis superior, tunc horę Babylonicę fiunt Italicę, & manet eadem denominatio quo ad numeros.

TRACTATVS GNOMONICVS IV.

DE SIGNIS ZODIACI ASCENDENTIBVS, ET DESCENDENTIBVS IN PLANO SCIATERICO DESCRIBENDIS.

Agimus hic de istis lineis, sectionibusque, quod ferè eadem fundamenta eorum declinationi substernantur, quæ describendis horis Italicis, seù Babylonicis supponantur, vt videbimus in ipsa rei tractatione.

EXPENSIO I.

QVID SINT SIGNA ASCENDENTIA, ET DESCENDENTIA, ET QVAENAM EORVM IN HOROLOGIO SECTIONES.

LInea, quæ signum ascendens in plano Horologij exprimit, aliud non est, nisi sectio ea, quam facit in plano sciaterico Ecliptica, cum datum signum ascendit, licet enim sit vnicus circulus, est tamen circulus mobilis, & non sit per proprios Polos, si enim moueretur super proprios Polos, eos semper eleuatos æqualiter super planum Horologij teneret; vnde semper eandem lineam texeret, vt cum mouetur super Polos Aequatoris, & Mundi, hinc est, quod motu diurno Poli Eclipticę etiam ipsi circumferantur per circulum Arcticum, & Antarcticum. Vnde diuersam eleuationem super idem planum consequuntur. Quare circuli Ecliptici discus diuersas sectiones in ipso plano causat, quod vt explicetur, sit

THEOR. I. PROPOS. I.

Dum Cælum motu diurno voluitur, Ecliptica tangit circulos Tropicos diuersis in locis.

DEclaratur, sit figura 1. huius Tr. Lam. 11. Horizon FKDL, Meridianus regionis FADCH, cui Tropici immobiles AnG Cancri, EH Capricorni, & Aequator BKCL, cuius Poli PY, Ecliptica sit EKGL, eius Poli MS, quę tangat Tropicos in E Cancri, in G Capricorni, cum scilicet Colurus solstitiorum ipsum Meridianum tenet, estque in ipso, quod si Colurus solstitiorum remoueatur à Meridiano, vt repręsentatur in circulo PNIY, tunc & Poli Eclipticę, & contactus eius cum Tropicis in Meridiano ampliùs non erunt, sed Polus v.g. erit in N tactus E G etiam ipsi non tangent Tropicos immobiles AGn Cancri, & FmH Capricorni eo loco, quo prius, sed in O, & I, & erit OcIX.

Probatur autem. Nam Ecliptica tangit Tropicos, vbi Colurus Solstitiorum secat, sed Colurus non semper secat Tropicos immobiles, sed per motum diurnum aliquandò est in Meridiano, aliquandò alibi, & vna die Tropicos, Aequatoremque conceptos, vt immobiles percurrat, atque mensuret. Ergo eos diuersis in locis Ecliptica tangit, v.g. priùs tangit Tropicum Cancri in G, deindè in O, sic Capricorni prius in E, postea in I.

Corollarium.

Hinc haurias eodem pacto, quo horę Italę, & Babylonicę tangunt Apparentium maximum, atque Delitescentium, in quibus secantur à circulis Astronomicis; sic & Ecliptica successiuè se mouens successiuè applicatur diuersis punctis Tropicorum, in quibus secatur ab aliquo circulo horario Astronomico, vel horę integrę, vel alicuius particulę. Quia Colurus solstitiorum, dum se mouet cum circulis horarijs, quos pertransit, vnum fit cum ipsis, v.g. si Sol sit in ipso Coluro solstitiorum in O, & sit illa die hora septima, idem Colurus, & circulus horę septimę, vnus circulus idem discus est, si sit in Meridiano, vt in G, Meridianus, & Colurus in vnamque planitiem coalescunt. Quia tum Colurus solstitiorum, tum

circuli horarij Astronomici proueniunt ab eodem Polo, rectique ad Aequatorem sunt.

Corollarium 2.

Secundò elicies Diametrum Eclipticę EG, vel IO esse lineam, secundùm quam discus Eclipticæ tangit conos ad verticem centro Mundi innixos, quorum bases ipsi Tropici sunt, simulque texere eos conos dum successiuè se mouet circa Tropicos immobiles, & si consideretur diuersis in spatijs vbicunque constituatur, vel in GE, vel in OI, vel alibi secare per Verticem ipsos conos, esseque eorum sectionem, tùm circuli solstitiorum, tùm alicuius circuli horarij, cum quo tunc temporis coit, quare omnes proprietates, quas supra discis horarijs, seu Italis, seu Babylonicis attribuimus, etiam Ecliptica considerata, diuersis locis tangere Tropicos conquirit. Si tamen substituas loco circulorum Apparentium, vel Delitescentium maximorum ipsos Tropicos, imò & aliqua in regione cum circulis horarijs Italis, seu Babylonicis coit, idemque successiuè fit, vbi scilicet ipsi Tropici tangunt Horizontem, & circulos eos se efficiunt, eorumque munera subeunt, nempe vbi Poli eleuantur Grad. 33. m. 30.

THEOR. II. PROPOS. II.

Ecliptica dum motu diurno successiuè se mouet, sectiones suas in planis immobilibus eam secantibus varias efficit, in lineamque rectam eas extendit.

PRobatur, quod sectiones Eclipticę lineę rectę sint. Nàm Ecliptica circulus maximus est, ideoque ex Theor. 8. pr. 8. Coroll. Expens. 1. Tract. Gnomoni. 5. sectiones, quas imprimit transiens per centrum rectas efficit.

Probatur quoque, quod diuersis locis secet, & diuersas eas in situ efficiat. Nam eius Poli variantur modò in M, modò in N fig. 5. Lam. 11. h. tangit etiam Tropicos diuersis locis.

Ergo etiam lineas diuersas situ in plano pro sua diuersa situatione designabit. Ita vides in fig. cit. Horizontem, si quando contactus eius sunt in Meridiano in E, & G secare in L, K; At extrà Meridianum, si sunt in O, & I, secare illum in X, & T, & sic phylosophare de alijs planis.

EXPENSIO II.

DE QVIBVSDAM AD DESCRIPTIONEM SIGNORVM NASCENTIVM NECESSARIIS.

SVNT quęrendę Intersectiones varias illæ, quas Ecliptica facit in plano Horologij, cum datum signum in Horizonte reperitur; Vnde in primis quęrendus est modus, quo Geometricè horas Astronomicas, vel earum particulas, in quibus existente Sole in Tropicis, & Aequatore signa Horizontem teneant inueniamus, ex hoc enim cognoscemus, quâ remotione existente Sole in Tropicis Ecliptica tangat tunc temporis Tropicos. Quia Sol tunc existit in puncto O, vel I fig. citata, quo Colurus secat Tropicos, & quo tangit Eclipticа, & ideò si sectionem Conicam descripserimus in ipsa puncta, In quibus sectiones rectę Eclipticę Tropicos tangunt, inueniemus, non secus, ac inuenimus puncta in sectionibus Conicis Apparentium, & Delitescentium maximos exprimentibus puncta, in quibus horę Italicę, & Babylonicę, & lineę earum eas tangunt. In Aequatore verò habebimus ea puncta, in quibus secant prędictę Eclipticę sectiones.

PROBL. I. PROPOS. III.

Dato circulo maximo, ad alium inclinato, quem secet aliquis circulus per Polos ductus, reperire circumferentiam huius ad quem inclinat, quæ intercipitur inter sectionem communem ambarum, & circulum per Polos ductum.

SIT fig. 2. huius Tr. Lam. 11. circulus FRGX, qui inclinet ad alium CRBX, quorum communis sectio RQX, seceturque ab alio in puncto noto L, qui per Polos circuli CRBX ad quem inclinat transeat, qualis est ALHD, quæritur modus, quo inueniatur circumferentia KR huius circuli, ad quem alter inclinat, quę interjacet inter commuoem inclinatorum sectionem RQX, & circulum per Polos ductum AHD. Vides enim quod non possint esse ęquales; quia basis LR in triangulo LHR semper est maior suis lateribus seorsim sumptis, quorum vnum est HR. Duo verò pręcognoscenda sunt, nempè inclinatio circuli ad alium, quę mensuratur arcu CF inter communis sectionis puncta R, & X ęquè intercepto, & distantia puncti L, vel à sectione RX, vel à puncto F; Aut

saltem

saltem duo hęc alia declinationem paralleli MLHN à Polo A, nempè arcum MA, & distantiam puncti L à puncto M, vel K, nempè arcum paralleli KL, vel LM.

Sint ergo primò nota illa duo prima. Ductis Diametris AQD axis, & inclinatorum CQB, & FQG, arcus notus FL mensuretur ab F vsque ad S; ducaturque perpendicularis TS, hęc enim dabit punctum T, & sinum versum FT, ita quod si arcus FRG volueretur tanquam super cardines super diametrum FG, & se applicaret ad circulum FABG, vtpotè circuli ęquales conuenirent eandem circumferentiam fierent, & punctum S esset idem, ac punctum L. Secundò, per punctum L ducatur Axi AD parallela MN, hęc erit Diameter paralleli MLHN, qui parallelus circa Diametrum MN transeat per punctum L, & per sectionem LT perpendicularem Diametro FG. Tertiò accepto interuallo TS, transferatur in NM diametrum paralleli à puncto V in diametro CB, & sit VI, & per I à centro Q ducatur recta QP. Dico circumferentiam PA esse æqualem circumferentię HR, quę exposcitur.

Probatur. Nam Parallelus MLHN, & circulus per Polos ductus ALHD normales plano circulo CRB se interſecant in L punctum per quod transeunt, & eorum sectio est Lf, quę cum circuli sint normales, erit normalis plano CKB, sicut est Diameter ITV; Quarè hęc sectio Lf erit parallela Diametro MN, paralleli MLN. Ergo LT sectio, & fV erunt ęquales, vtpotè inter parallelas, sed LT est ęqualis TS ex suppositione, & TS lineę VI in linea NM ex constructione. Ergo & crus VI est æqualis Vf cruri; crus verò VQ est commune. Ergo triangula rectangula fVQ, & VIQ erunt æqualia. Quamobrem & angulus alternus KQR, vtpotè inter parallelas KV, & QR erit æqualis QfV, & alteri æquali huic VIQ; quarè & alteri alterno IQA, vtpotè inter parallelas MV, & QA. Igitur angulus IQA æquali circumferentia AP mensurabitur sicut HQR, quod erit demonstrandum.

Puto autem notum KV esse parallelam QR, & fVQ esse angulum rectum, licet id fig. non exprimat ob prospectiuã, quia QR, & fV in circulo secundùm verum ambitum perpendiculares sint Diametro CB cum planorum MHN, & ARDX, qui eidem Diametro ex suppositione ad angulos rectos ducuntur, vt per se patet.

Si verò detur MA, vel CM, & arcus ML, vel HL, tunc axi AD ducatur parallela MTVN, diameter paralleli MNHL, cui suus circulus, vel semicirculus in plano papyri circumscribatur MYN, arcusq; ML in gradibus notus mensuretur in MY, & ducatur perpendicularis ad diametrum paralleli MN, sinus TY, quæ erit æqualis TL, cum eundem arcum, numerumq; graduum à puncto M enumeret, deindè per centrum Q, & punctum T agatur linea, diameterque FG circuli maximi, qui per sectionem LT transit, cui Diametro FG à puncto T perpendicularis excitetur TS, ergo habebis FS æqualem arcui FL, & CF declinationem; quarè alia poteris prosequi, vt priùs.

Quod si haberes notam alterius paralleli, seu eius Diametri mn distantiam à circulo CRBX, cui ęquidistat, idem efficies, arcum enim paralleli in gradibus notum mensurabis in circumferentia circa Diametrum mn ducta, & erit cm, Diametroque mn duces perpendicularem cT, quę ęqualis TL, habebisque punctum T, per quod, & per centrum duces FQG, & huic Diametro à puncto T eriges perpendicularem TS, habebisque arcum FS, & Inclinationem CF, vt priùs.

PROBL. II. PROPOS. IIII.

Ascensionem rectam cuiuslibet puncti Eclipticæ Geometricè inuenire.

SInt in fig. 3. huius Trac. Lam. 15. inuenienda ea puncta, quibus correspondet Aequator in initijs signorum in Ecliptica.

Iam enim ex Sphœrâ supponimus cognitum, quod per partes æquales Eclipticæ transeuntes circuli à Polis Mundi prouenientes, non auferunt æquales partes ab Aequatore ijs, quas auferunt ab Ecliptica; quia vnus circulus alteri inclinat.

Si ergo isti circuli partes æquales sibi inuicem auferant, non auferent æquales ab Æquatore. Sit ergo circulus ABCD, in quo Diameter Æquatoris ED, Eclipticæ AC, cuius maxima obliquitas, seù Inclinatio AD Gr. 23. m. 30., assumaturque iuxta præcedens Probl. pro quadrante Eclipticæ AB, quod diuidatur in 3. partes æquales, in B, L, & H, ducanturque perpendiculares HK, & LM, & BQ, ex punctis verò K, & M aliæ perpendiculares ducantur VN, & OI, & QS; deindè mensuretur longitudo LM ab O in I, & à centro Q per I ducatur recta QT, quæ dabit arcum TS correspondentem arcui 30. grad. Eclipticæ, qui est initium Tauri, sic KH mensuretur in NP, & per P ducatur QP, & arcum Aequatoris TP dabit respondentem arcui 30. gr. qui in-

intercedit inter initium Tauri, & Geminorum. Reliquus arcus PD erit correspondens arcui Eclipticæ 30. grad. qui interiacet initio Geminorum, & Cancri.

Habito verò vno quadrante, reliqua sunt eiusdem rationis. Vnde poterimus circino transferre.

Huius verò operationis ratio patet ex præced. probl. Siquidem eandem prorsùs praxim, quæ ibi probata est Eclipticæ, & Aequatori applicauimus. Patet verò, quod quadrantes ipsi non indigent reductione, quia ex præced. fig. arcus RHC, & RLF sunt æquales, quod circulus ACBD à communi eorum sectione RX æquidistet, & ideò in partes æquales ambos secernat, nempè secundùm medietatem. Verùm si placet ex tabulis Ascensionum rectarum eam quoque extruere potes. Nos vt tractatum omninò geometricum faceremus, placuit independenter à tabulis repetire.

PROBL. III. PROPOS. V.

Quantum distet Sol in Tropicis, vel Aequatore à Meridie, dum aliquod signum nascitur geometricè reperire.

VT supra docuimus prob. 1. Expens. 4. Trac. 2. Gnomo. fig. 4. propos. 8. in Coroll., reperire arcus semidiurnos, seù diurnos. Fiat itaque primò circulus centro Q in fig. 4. huius Trac. Lam. 11. interuallo desumpto ab Analemate prob. 1. propos. 8. fig. 4. Lam. 6. Diametri Signorum, & Aequatoris, ita quod intimus sit Caneri, vel Capricorni, extimus Aequatoris, & à singulis detruncentur arcus æquales arcubus eorum diurnis per lineas AB à parallelo Cancri, seù Capricorni, ita vt arcus ATB remaneat pro Capricorno, AVP pro Cancro, Geminorum, Leonis, arcum CVD, & arcum pro Sagittario, & Aquario CTD detruncet linea CD. Arcum pro Tauro, & Virgine FVE, & arcum pro Piscibus, & Scorpione FTE discindat linea FE quælibet à suo parallelo; Linea verò CO Diameter sit Æquatoris. Oportet itaque videre, quinam arcus istis arcubus in Æquatore correspondeant, & sint eis similes, vbi linea AB suum Parallelum intimiorem, in quam circulum secat per punctum A, & B, ducatur linea à centro Q, quæ sit QH, & QL, dico arcum Æquatoris HSL esse similem arcui ABV paralleli Cancri, & HVL Aequatoris, arcui ATB paralleli Capricorni. Probatur, quia ex Coroll. 2. lib. 6. Eucl. propos. 33., vt est angulus ad 4. rectos, ita est circumferentia eum mensurans ad totam circumferentiam, sed angulus HQS, & AQV idem est, ergo etiam eadem est circumferentia AV, ad totam circumferentiam ATOV, quæ est HS ad totam HYNS. Ergo sunt similes HS arcus, & AV, & ita dicas de circumferentia SN, & EV, & cætera, & alijs omnibus.

Cum ergò iam habeamus in Aequatore arcus similes arcubus diurnis parallelorum signorum, & differentias ascensionales, vt GM, & GK, & cæt. Item & ascensiones rectas ex præced. Probl. numeratas in ipso Aequatore iam poterimus cognoscere quinam gradus remoueatur Sol existens in principio Arietis à meridie, cum aliquod signum nascitur in Sphœra obliqua. Sit in animo velle scire, quantum distat à meridie initium Arietis, & Sol in eo cum nascitur, Tauri initium accipio à præced. probl. fig. 3. Lam. 11. arcum ST Tauri in Aequatore, & quia quando nascitur initium Tauri, licet Sol non sit in eo puncto, adhuc tamen semper Horizontem in eadem Sphœra obliqua, obliquè secat, & maior pars de eius parallelo diurno super Horizontem emineat, vt in Analemate, & Sphœra materiali patet: Hinc est, quod arcus NSM erit super terram, nempe ille arcus, qui correspondet eius arcui diurno. Vnde mensuro ST prædictum arcum à fig. 3. sumptum ab N, quod nunc est in Horizonte, vsque ad stellulam e ♉, qua Tauri caracter. Ergo cum Tauri initium in Horizonte est, quod est punctum N, initium Arietis, & Sol in eo erit in e. Quare distabit à meridie S per arcum Se. Apposui verò ad punctum e caracterem Tauri, cum ibi sit Aries, vt denotarem ibi existente Ariete nasci in puncto N Taurum. Sic arcum SP præced. fig. 3. mensurabis ab l in r pro Geminis, & SD. Item præced. fig. ab L pro Cancro, sequeris posteà regrediendo versùs S in fig. 3. cit. ad hoc vt signes arcum, quo Sol remouetur à Meridie nascente Leone, Virgine, & Libra accipiendo mensuram pro hac priùs ab I, posteà ab N, & cæt.

Secundò sint ijdem arcus reperiendi, cum Sol initium Libræ tenet; Idem prorsùs ages, sed quia tunc dies diminuunt, & minores diebus æquinoctialibus, & semicirculo minor, ideò punctum M erit in Horizonte, vnde ab eo arcus Scorpionis à præcedenti fig. desumptus, erit computandus versùs Meridiem Y, Sagittarij à puncto K, Capricorni ab H, Aquarij rursùs à K, Piscium ab M, & cæt.

Tertiò sint reperiendi arcus, cum Sol est in initio Cancri, fiat fig. 5. Lam. 11. eadem, vt vides,

vides, sed quia quando Sol est in Cancro, nascuntur ea signa, quorum arcus semidiurni crescunt, & illa quibus decrescunt, & minor semicirculo, sunt ideò vt figura rectè ordinetur. Hinc inde Diametri G O, arcus vt G H, & alij quibus crescunt dies G M, & M K, & quibus decrescunt G N, & N I, & N L, & cæt. signentur. Cum ergo Sol nascitur existens in Cancro, erit punctum H Aequatoris, quod correspondet arcui semidiurno paralleli Cancri, adeò remotius à T Meridiei, sed quando Leo ascendet correspondebit Leonis puncto existenti in Oriente punctum K, vnde à K mensurandus erit arcus D P Leonis, ab anteced. Probl. fig. desumptus, & erit K r, sic Virginis ab M, arcus D G, & erit M t, sic Libræ à G, sic Scorpionis ab N, & cæt., habebisque arcus V r, quo Sol, nascente Leone distat à Meridie V t, quo nascente Virgine. Nascente Librâ erit Sol in Meridie, & cæt.

Quartò sint inueniendi arcus, quibus Sol distat à Meridie, cum est in Capricorno, Idem prorsus efficiemus, sed contrario ordine. Nam posito Meridie in r, incipiemus ab S, quo Capricornus nascens distat à Meridie, deindè pro Aquario mensurabimus X e, & progrediemur versus O vsque ad R, & ita habebimus geometricè omnes distantias à meridiei puncto r, vel V Signorum nascentium, tum cum Sol est in Libra, vel Ariete in fig. 4. tum cum Sol est in Cancro, & Capricorno in fig. 5. Lam. 11.

PROBL. IV. PROPOS. VI.

Ascensionem obliquam cuiuslibet puncti Ecliptica reperire.

Fiat circulus fig. 6. Lam. 12. ABCD, diuidaturq; in duodecim partes ascensionibus rectis Exp. 1. Probl. competentes, initiumque Arietis sit B, quoniam vt ex tractatu sphœræ constat differentiæ Ascensionales à primo semicirculo Aequatoris ascensionibus rectis auferendæ sunt, ideò ex præced. Probl. fig. 5. Lam. 11. huius assumatur differentia Ascensionalis G M, & detrahatur arcui B E Tauri, eritque B F Ascensio obliqua Tauri; sic ab arcu B G Geminorum auferatur G K, differentia ascensionalis erit, B I Ascensio obliqua Geminorum, & si à B A Cancri auferatur Ascensio obliqua à 5. fig. accepta G H, erit hic B H Ascensio obliqua Cancri. Sic dicas de Leonis arcu B K, ex quo auferenda est eius differentia Ascensionalis G K, & fiet arcus B L Ascensio obliqua Leonis, & cæt. at in secundo semicirculo semper addendum eodem ordine, ipsa verò semicirculorum puncta B, & D simul peroriuntur.

Corollarium.

Hinc deduces, quod si facias contrario modo, addendo primò semicirculo, auferendo secundo eodem prorsùs ordine, obtinebis descensiones obliquas. Ratio, cur ascensiones obliquæ addendæ sint, petenda est ex Trac. de Sphœra, ibi enim hæc penitùs declarantur.

Corollarium.

Hinc etiam poteris deducere regulam, quâ Arithmeticè distantiam horariam Solis à Meridiano signis interdiu exorientibus reperire possimus, dum moratur Sol in quatuor punctis cardinalibus. Nam si tres arcus semidiurnos, primum Libræ, qui & Arietis, secundum Cancri, tertium Capricorni reperiamus ex tabulis arcuum semidiurnorum, deinde ascensiones obliquas singulorum signorum sequentium eruamus ex tabula ascensionum obliquarum, ad datam Poli eleuationem, ex quibus deducamus ascensionem obliquam, si adsit illius signi Cardinalis, in quo est Sol v. g. vel Libræ, vel Cancri, vel Capricorni, reliquumque in horas redactum ab arcu diurno subducamus, vel illum ab illa si maius sit, residuum dabit horas, quibus Sol existens in aliquo ex punctis Cardinalibus quolibet signo ascendente, distat à Meridie, V. g. sit inueniendum nascente Tauro, quantum Sol distat à Meridie, dum est in Ariete. Arcus semidiurnus eruitur hor. 6. ascensio obliqua Tauri ad altitudinem Poli 44. Grad. est ex tabulis Gr. 16. m. 34., qui in horas redacti sunt hor. 1. m. 6. deducti ab arcu semidiurno horarum 6. Arietis, vt potest reperiri Tab. 24. p. 9. in Tabulis remanent hor. 4. 54', & tot horis distat tunc Sol à Meridie. Inquiratur rursùs, quantum Sol distet à Meridie, dum est in Cancro nascente Virgine, ad eandem altitudinem Poli arcus semidiurnus est hor. 7. m. 39., Ascensio recta Virginis 140. m. 46., à quâ deduco Ascensionem rectam Cancri Gr. 65. m. 10. remanent Gr. 75. m. 36. redacti in horas sunt horæ 5. m. 42., quæ ablatæ ab arcu h. 7. m. 2. semidiurno restant h. 2. m. 34., quibus Sol distat à Meridie in Cancro nascente Virgine, & sic de reliquis. Quo artificio quatuor tabellas ad altitudinem Poli 44. nullo negotio confecimus.

Ta.

Tabella 1.
Ad elevationem Poli Gr. 44. m. 0.
Sol existens in principio Arietis distat à Meridie.
Nascentibus interdiù istis signis.

Ariete.	Tauro.	Gemin.	Cancro	Leone.	Virgin.	Libra.
Ant.M.	Ant.M.	Ant.M.	Ant.M.	PostM.	PostM.	PostM.
H. M.	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.
6 0	4 54	3 38	1 40	0 45	3 23	6 0

Tabella 2.
Sol existens in principio Libræ distat à Meridie.
Nascentibus de die istis signis.

Libra.	Scorp.	Sagitt.	Capric.	Aquar.	Piscib.	Ariete.
Ant.M.	Ant.M.	Ant.M.	PostM.	PostM.	PostM.	PostM.
H. M.	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.
6 0	3 23	0 45	1 40	3 38	4 54	6

Tabella 3.
Sol existens in principio Cancri distat à Meridie.
Nascentibus interdiù istis signis.

Cancro	Leone.	Virgin.	Libra.	Scorp.	Sagitt.	Capric.
Ant.M.	Ant.M.	Ant.M.	InMer.	PostM.	PostM.	PostM.
H. M.	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.
7 39	5 4	2 34	0 0	2 34	5 4	7 39

Tabella 4.
Sol existens in principio Capricorni distat à Meridie.
Nascentibus interdiù istis signis.

Capric.	Aquar.	Piscib.	Ariete.	Tauro.	Gemin.	Cancro
Ant.M.	Ant.M.	Ant.M.	InMer.	PostM.	PostM.	PostM.
H. M.	H M.	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.
4 24	2 32	1 10	0 0	1 10	2 32	4 24

PROBL. V. PROPOS. VII.

Datis ascensionibus obliquis reperire declinationes, quas habet Ecliptica in circulo horæ 6. Astronomicæ, dum aliquod signum ascendit.

DIfferentia ascensionalis nihil aliud est quam arcus Aequatoris intercepti inter circulum illius horæ, quæ per Solem nascentem transit, & circulum horæ sextæ, quas damus in Tabulis Tabula 34. pag. 16. pro quo intelligendo inspice fig. 13. Exp. 5. propos. 27. Trac. 1. Gnom. Poneque Solem esse in P extrà Æquatorem arcus, igitur QK Æquatoris inter APQB t horam 4., & AKB horam 6. est differentia Ascensionalis, & sic dicas de quocunque alio loco in quo nasceretur Sol. Transit enim semper per eum aliquis circulus, qui repræsentet, vel horam, vel particulam horæ, in qua vel diebus æstiuis præuenit horam sextam, vel hybernis subsequitur. Quarè ascensiones ipsæ obliquæ Æquatoris, sunt illæ quæ sunt in circulo horæ 6. punctis Eclipticæ nascentibus. Vnde perquiremus quæ puncta Eclipticæ illis correspondeát, vel in tabulis Ascensionum rectarum, vel Geometricè ex documentis Probl. 1. propos. 3. sit ergò primò figura 7. Lam. 13. in qua Aequatoris Diameter A B, cuius in semicirculo A o B notentur Ascensiones obliquæ excerptæ à præcedenti figura 6. Lam. 12. vt E, F, L, & cæt. incipiendo ab o, quod est punctum Arietis, cum æqualitèr distet à Tropicis A, & B, sed quia omnes non capiunt in quadrante o A, residuum earum mensurabis in alio quadráte B o, vt omnes sint in eodem semicirculo; semicirculus enim BVA, habet easdem ascensiones ac OBA, vt patet ex fig. 6 ex quibus ducantur Diametro A B perpendiculares velut E I, & F K, & cæt. per puncta verò I K, & alia ducantur perpendiculares ad C D Diametrum Eclipticæ, & in eis mensurentur priores parallelæ, vt I E, ab V in S; per quæ illa puncta vt S à centro Q rectè ducantur Q S, & aliæ vt vides. Nam hæ secabunt arcus, quibus Ecliptica correspondet ascensionibus obliquis Aequatoris, quarum deinde, & declinationes in circulo horæ sextæ ob quod figuram extraximus, reperiemus eodem modo, quo declinationes signorum reperimus mediante Analemate. Facto itaque circulo ABCD fig. 8., qui repræsentet horam 6., trahatur Diameter Eclipticæ A D, Aequatoris E F; transferanturque arcus inuenti in figura 7. Lam. 13. proximè facta, in semicirculum BDC incipiendo à B, & in alium C A B incipiendo à C, ita transferes T S arcum, vt sit hic B V, & T P, vt sit B Y, & sequẽtes arcus eodem modo: Nam si à punctis signatis in perisphœria

tia duas lineas perpendiculares, vt VI ad Diametrum Eclipticæ AD, & per puncta ab ijs perpendicularibus signata in AD, qualeest I rectas duas parallelas Diametro Aequatoris, hæ declinationes Eclipticæ quæsitas in circulo horæ 6. ACBD exhibebunt, vt est FT, vel FL, per quas radios declinationum à centro Q poteris deducere, qualis est QT, & QL, & alij similes.

Corollarium.

Si velles arithmeticè declinationes inuenire, poteris id assequi ex tabulis Declinationum, inuenta Ascensione obliqua initij cuiuslibet Signorum hanc perquires in tabula Ascensionum rectarum Tab. 33. pag. 15., v. g. ad altitudinem Poli Gr. 44. Ascensio obliqua Tauri est Gr. 16. m. 34. hanc in areis tabulæ Ascensionum rectarum inuenio, & ad sinistram numeros graduum Eclipticæ arcus respondentes Gr. 18., quod si non inuenias precisè adhibenda est pars proportionalis, vt vsu venit in tabulis. Secundò petes tabulam 31. pag. 14. Declinationum, & inuenies in serie hinc inde marginali Grad. Eclipticæ Gr. 18. E regioneq; inuenies declinationem esse Grad. 7. m. 5. sic ages de alijs signis sequentibus, inuenieſque omnium declinationes, quas Ecliptica habet in circulo horæ 6., cum signa data ascendunt.

PROBL. V. PROPOS. VIII.

Declinationes punctorum Eclipticæ Geometricè reperire in Meridiano, dum signorum initia in Horizonte versantur.

IN primis cum habeamus figuram 6. Lam. 12. in qua Ascensiones obliquas reperimus, oportet priùs eodem modo quo supra in Probl. anteced. in fig. 7. docuimus, reperire arcus Eclipticæ correspondentes; sed non incipiendo ab O in fig. 9. Lam. 13., vbi posuimus initium Arietis, sed quadrante remotiùs, nempè in B; ita vt arcus BO mensuretur à B versùs O. Ratio huius rei est, quod inter Horizontem, & Meridianum, & circulum horæ 6. semper intercipitur quadrans circuli Aequinoctialis; Quarè quando Arietis Ascensio obliqua est in Horizonte 270. Grad. sint in Meridiano, nimirum tribus quadrantibus posteriùs, vnde relictis tribus quadrantibus AO, AV, VB, incipiendum est à B, ita vt inter O, & B remaneat quadrans interceptus, & deindè cætera exequenda, vt priùs, vt patet ex fig. 9. Lam. 13. Deinde alia fig. quæ est 10. Lam. 13. exordienda eodem modo, ac fecimus fig. 8. præcedentis propos., vt ex hac fig. potes cognoscere. Duplices verò caracteres appositi sunt, vt intelligeretur, quænam signa essent in medio cælo nascentibus duodecim signis, sic nascente Ariete in imo figura Capricorni initium in Meridiano est; nascente Tauri initio pars adhuc Capricorni in Meridiano est; nascente initio Geminorum Aquarij pars in Meridiano reperitur, & ita de alijs, ita quod interni intelligantur nasci, externi Meridianum tenere.

Corollarium 1.

Hinc deprome. Quod cum quælibet hora Astronomica sit veluti Meridianus, imò, & respectu alicuius regionis verè Meridianus sit, poterunt exquiri declinationes punctorum Eclipticæ; dummodo in inueniendis vt fecimus in fig. 7. hor. arcubus ipsius Eclipticæ ex Ascensionibus obliquis in 6. fig. repertis incipiamus ab O tot Grad. versùs B, quot hora data distat ab hora sexta. Nam quia Meridianus distat ab hora sexta quadrante, in hoc Probl. 5. incepimus in B, ita si aliqua hora distet minùs incipiendum erit magis versùs O, & reliqua erunt obseruanda, vt priùs.

Corollarium 2.

Rursùs hinc, si placet, poteris Arithmeticá vti, & declinationes in Meridiano, vel alia hora punctorum Eclipticæ reperire ascendentibus signis. Nam reperta cuiuslibet Ascensione obliqua sub data tuæ regionis altitudine; inde 90. Gradus deduces, ob eam rationem, quod circuli Æquatoris quadrans intercipiatur inter Meridianum, & Horizontem, circulumq; horæ 6. addito integro circulo, si subductio fieri nequeat; Vel si pro aliqua alia hora numerus ille graduum subducatur, quo illa hora ab hora 6. distat. Secundò Ascensio illa obliqua sic decurtata quæratur in tabula Ascensionum rectarum Tab. 33. pag. 15. in area, & ad latus offendes in correspondente tabulato Grad. Eclipticæ debitos illi ascensioni rectæ. Hos ergo Gradus perquires in tabula 31. declinationum, & pag. 14. eorum declinationes inuenies in areis correspondentibus.

Tabella 1.

Puncta Ecliptica in circulo hora 12. 6. & 11. & 1, cum principia signorum oriuntur, & eorum declinationes.

	Aries.	Taur.	Gemin.	Cancer.	Leo.	Virgo.
Eclipt.	G. M.	G. M.	G. M.	G. M.	G. M.	G. M.
In Hor. 12	0 ♑ 0	15 ♑ 13	5 ♒ 35	13 ♓ 18	12 ♈ 22	23 ♉ 10
Declin.	23 37	22 37	19 9	10 30	4 50	18 36
Hora 6.	0 ♈ 0	18 ♈ 5	4 ♉ 8	7 ♊ 0	7 ♋ 30	18 ♌ 18
Declin.	0 0	7 5	14 15	21 32	23 17	15 20
Hora 11.	14 ♑ 0	29 ♑ 25	19 ♒ 28	19 ♓ 16	28 ♈ 22	7 ♊ 36
Declin.	22 46	20 3	15 5	4 12	10 54	21 38
Hor. 1.	16 ♐ 13	1 ♑ 33	20 ♑ 25	18 ♒ 0	26 ♓ 0	8 ♈ 9
Declin.	22 47	23 29	21 57	15 28	1 36	3 12

	Libra.	Scorp.	Sagittar.	Capric.	Aquar.	Pisces.
Eclipt.	G. M.	G. M.	G. M.	G. M.	G. M.	G. M.
In H 12. P.	0 ♋ 0	7 ♌ 7	17 ♍ 30	26 ♎ 49	25 ♏ 30	15 ♐ 5
Declin.	23 30	18 36	4 50	10 30	19 9	22 33
In Hor. 6. P.	0 ♎ 0	11 ♏ 40	19 ♐ 23	23 ♑ 0	31 ♒ 37	12 ♓ 0
Declin.	0 30	15 20	23 17	21 32	14 15	7 5
In Hor. 11.	14 ♑ 0	22 ♌ 9	4 ♎ 0	12 ♏ 17	9 ♐ 43	28 ♐ 40
Declin.	22 46	14 7	1 36	15 35	21 57	23 30
Hor. 1.	16 ♊ 15	22 ♋ 30	1 ♍ 30	10 ♎ 38	10 ♏ 35	0 ♐ 40
Declin.	22 47	21 28	11 0	4 34	17 35	20 20

Tabella 2.

Arcuum semidiurnorum.

Signa Æstiua.				Signa Hyemalia.		
Cancer	Gemi.	Taur.	Aries.	Pisces.	Aquar.	Capric.
	Leo.	Virgo.	Libra.	Scorp.	Sagitt.	
H. M.	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.
7 39	7 23	6 45	6 0	5 15	4 37	4 21

PROBL. VI. PROPOS. IX.

Latitudines Horizontales dato Analemate reperire.

LAtitudines Horizontales nihil aliud sunt, quam arcus Horizontis à parallelis Solis, & Æquatore intercepti. Cum ergo habeamus in Analemate fig. 4. propos. 8. Trac. 2. Gnom. Diametrum CB Horizontis sectum à Diametris parallelorum Solis FT, & cæt. Sectiones enim, quas faciunt paralleli Solis in Horizontis disco sunt rectangulæ ad Diametrum CB, qui est sectio vt diximus cit. Expens. Meridiani, cui Horizon horthogonalis est. Semidiametro itaque VB fig. 11. Lam. 12. ducamus circulum, qui sit Horizontis, cuius Diameter, sectioque Meridiani CB, in quam transferemus ex Analemate, & fig. 4. Lam. 6. propos. 8. Trac. 2. puncta, in quæ secant Diametri parallelorum, vt VZ, VX, & alij; per quæ vtique transeunt sectiones quas disci parallelorum faciunt cum disco Horizontis. Si ergo in fig. hac 11. Lam. 12. ex puncto X ducamus perpendicularem XP ex puncto I perpendicularem SI; sicut ab V sectionē Æquatoris VT; & cæt. habebimus sectiones parallelorum Solis in disco Horizontis, & consequenter arcus inter maximum parallelorum, nempe Æquatoris, vel eius sectionem, & alios parallelos, eorumue sectiones, nempe TP Cancri, TS Tauri, & Leonis, & cæt. Radios quoque eorum consequemur, si à centro V trahamus rectas VP, & VS, & alias similes, vt vides in figura 11. huius.

EXPENS. III.

DE SIGNORVM NASCENTIVM IN PLANO SCIATERICO DELINEATIONE.

IAM præmissis ijs, quæ videbantur descriptioni signorum nascentium deseruire, ratio exposcit, vt ipsam descriptionem aggrediamur. Sunt autem signa nascentia in Horologio nihil aliud, quam sectiones, quas signo aliquo nascente facit Ecliptica in plano Horologij, & licet sit vnus circulus, quia tamen secundùm diuersa interualla temporis diuersimodè situatur, diuersas sectiones facit, quæ tamen omnes

sunt

sunt lineæ rectæ. Quia Ecliptica semper transis per centrum, estque maximus circulus, æquiualetque diuersis circulis immobilibus. Vnde sicut Ecliptica non obtineret nisi vnum situm, quod Sol semouens in ea motu proprio insuper motu diurno non rapeteretur, eueniret, quòd Sol per totum annum illius sectionem vnicam percurret, & nunquam vmbræ extremum ab ea remoueretur, eodem pacto quod per totam diem Æquinoctialem Solis vmbræ extremum à sectione Æquinoctiali non mouetur. Sic modo licet babeat diuersas positiones, & situs, & ita diuersas sectiones imprimat in plano Horologij, oportet tamen, quod sit in aliqua ex ijs sectionibus extremum vmbræ, cum situs Eclipticæ illi congruat, cum autem nunquam congruat, nisi quando signum oritur, quia in eo situ descripta est eius sectio, hinc est quod ex illis lineis signum exoriens agnoscamus.

Et quia Eclipticę diuersi situs, vt diximus in Expens. 1. huius maximam cum Horarijs circulis Babylonicis, & Italicis demonstrant affinitatem. Hinc est quod sicut illi triplici modo eorum descriptio executioni mandetur, sic & ista. Nam aut fit per lineas parallelas lineis horarijs, in quibus signa nascunrur, aut per puncta, in quibus Ecliptica tangit Tropicos, per quæ & horæ Astronomicæ transeunt, cum signa nascuntur, vel per intersectiones sectionum Eclipticæ in plano Horologij, quas facit cum aliqua hora Astronomica, cum signa ab Horizonte emergunt; Quarè tres istos modos aptis exemplis explanabimus.

PROBL. I. RROPOS. X.

Signa Zodiaci ascendentia per contactus cum Tropicis describere.

SIT datum fig. 12. Lam. 12. planum sciatericum verticale, in quo centrum Horologij A, Triangulum Gnomon. A C B ad altitudinem Poli Grad. 44, linea Aequinoctialis E B F, & circulus Aequatoris à centro Q descriptus, Tropicus Capricorni P I O, Cancri T V R. Sitque institutum in primis reperire puncta in Tropico Capricorni, in quibus positionibus diuersis Ecliptica sita, cum signa oriuntur, eos tangit. Ex fig. 5. propos. 5. Expens. præcedentis desumantur arcus Y S Capricorni, quo distat Capricornus Oriens à Meridie Y, & transferatur in arcum huius figuræ Y L, ducaturque L M per centrum Q, vsque ad Aequinoctialem, & ad punctum, vbi secat in M à centro Horologij A ducatur linea M A, quæ secabir Tropicum Capricorni in X, in quo tangit sectio Eclipticæ Capricorni sectionem Conicam P I O nascente Capricorni initio. Deinde transferatur arcus Y E, in quo est Sol existens in Capricorno, nascente Aquario, & sit in hac figura Y K, ductaque per Q linea K G ad punctum G, ab A centro Horologij ducatur G A, & obtinebis in sectione Conica Capricorni P I O punctum T pro sectione Aquarij; nempè quam facit Ecliptica in plano Horologij nascente Aquario, & sic de alijs. Vbi debes aduertere quod arcus antemeridiani Y S fig. 5. cit. debent semper transferri in partem circuli Aequatoris, cuius centrum Q orientalem, qualis in hac fig. est Y L dextra, vt in sectione det puncta versùs Occasum. Pomeridiani verò, vt est Y H fig. 5. in partem Occidentalem, vt dent Orientalia, quia Sol ante Meridiem proijcit vmbram in Occasum, post meridiem in Ortum. Faciliter autem dignoscitur, quænam pars sit Orientalis, seù Occidentalis. Nam quæ pars dat horas Astronomicas antemeridianas, est Orientalis, quæ pomeridianas, Occidentalis, vel si imagineris, vel constituas Horologium in proprio situ, quæ vergit ad Orientem, altera, quæ vergit ad Occidentem. Excipe tamen aliqua signa, quę pertinent ad Tropicum Cancri in Tropico Capricorni, vt fecimus hic in Sagittario S, & Leone Z. Nam vt potes videre in fig. 5. Lam. 11., si Sol præteriens punctum H, Occasus transferatur in N punctum oppositum Sagittarij, nempè X erit nasciturus cum sit remotiùs à puncto V meridiei, quam S, in quo Capricornus nascitur. Ergo Sagittarius, qui nascitur post Meridiem Æstate in Capricorno nascetur ante Solis Ortum, & ante Meridiem in Hyeme; & sic dicas de Leone. Sed quia non omnia puncta possunt reperiri in Capricorno, reliqua reperiuntur in Cancro ijsdem regulis obseruatis. Sic desumpta à Meridie V distantia V r Virginis ex 5. fig. transferes hic in Y K. Ductaque linea occulta per Q ad punctum, vbi secat Aequinoctialem lineam propè G à centro A, duces rectam, quæ secabir Tropicum Cancri Z V R in Z, quo tangit sectio Eclipticæ nascente Virgine.

Puncta verò omnia in sectione conica vnius Tropici reperiri non possunt; quia sectio conica non exprimit ambitum totius paralleli, sed partem, quæ ad diem pertinet, & vel ad summum aliquam partem noctis crepusculi. Quare alia pertinent ad oppositum parallelum, in quo interdiù nascuntur, & puncta contactuum Eclipticæ in eo reperienda sunt, sic vides in 5. fig. cit. Lam. 11.

11. SYH est portio diurna Capricorni Tropici, eius verò nocturna HVS, quæ tamen est diurna Tropici Cancri. Secundò eadem puncta eodem modo reperientur in Æquatore ex fig. 4. Lam. 11. prob. 3. propos. 5. assumendo ab ea interualla à meridie semicirculi Hyberni GYO, & transferendo in hac fig. ab Y versùs L, si arcus qui transfertur sit Orientalis, seu in Z, si sit Occidentalis, & ex punctis ductæ lineæ per centrum Q secabunt Æquinoctialem in punctis desideratis v. g. sumpta distantia Y n Aquarij Occidentalis ex fig. 4. transferatur in Y 4 partem huius fig. Occidentalem; ducaturque per centrum Q linea 4 o e, & punctum e erit illud, per quod transit sectio Eclipticæ nascente Aquario; Sic ages de semicirculo æstiuo VGO fig. 5. cit. Lam. 11. eo ordine, quo vides in portione circuli extima. Tertiò coniunges rectis puncta Tropicorum, & Eclipticæ sectionis, quæ ad idem signum pertinent, & lineæ illæ Eclipticas sectiones nascentibus ijs signis, quorum puncta coniuncta sunt, indigitabunt v. g. linea T e, demonstrabit Aquarium, quia nectit puncta 3., & e ad Aquarium spectantia, & sic de alijs.

Ratio huius constructionis est illa ipsa, quæ Horarum Italicarum, vel Babyloniarum, quæ fit adhibitis punctis in sectione Conica circuli Apparentium maximi, & Aequatore repertis. Probauimus enim Expens. 1. Coroll. 1. Tropicos tangi ab Ecliptica, eodem modo, Eclipticamque ob diuersos situs quos super alienos Polos se mouens currente die, sortitur diuersis maximis circulis æquiualere; vnde eius sectiones pro diuersis sitibus varijs tangent Tropicos, & eorum Conicas sectiones, ijs in punctis, in quibus ab horis Astronomicis secatur, vti faciunt horæ ab Ortu, vel Occasu, sic & Eclipticam secabunt ijsdem in punctis. Inuenimus autem ex probl. 3. Propos. 5 Expens. 21. horariam distantiam Solis à Meridie nascente quolibet signo, dum versatur in Tropicis, & Aequatore in fig. 4. & 5. Quarè si illas horas Astronomicas ducamus, vt fecimus in hac fig., illa dabunt puncta contactuum Eclipticæ in Tropicis sectionibus, & intersectiones eius in Aequinoctiali. sunt enim puncta, quibus tunc tangit Ecliptica, aut secat, quia sunt puncta, in quibus est Sol, qui semper Eclipticam percurrit communia horis Astronomicis, quas tunc signat, & in quorum puncto est. Linea verò Arietis, & Libræ ducuntur normales lineæ styli AQ à puncto contactus V, & I, ob rationem sequent. propos. dicendam. Si verò velis vti tabellis, diuides circulum Aequatoris, vel eius partem ZVL in gradus suos, & si velis puncta, per quæ transeunt signa exorientia in Aequinoctiali vteris prima Tabella Prop. 6. huius, pro signis Ascendentibus, quia tunc interdiù exnascuntur Sole existente in Ariete. At secunda pro descendentibus, quia Sole Libram possidente, ea tunc emergunt, prout in fronte Tabulæ notatum est signi nomen. Si verò velis eâdem in sectione Conica Capricorni à quarta desumes. Numerabis autem horarias distantias cuiuscunque signi v. g. Aquarij, si ex secunda tabella accipias pro Aequinoctialis puncto in parte Occidentali VZ, si ex quarta in Orientali VL, prout distantia horaria fuerit antemeridiana, vel pomeridiana, quæ cadet in K, vel t. Cætera verò exequeris, vt docui.

Aduerte tamen, quod licet omnia signa delineata sint, non tamen omnia deseruiunt quolibet die, sed tantùm ea, quæ interdiù tunc temporis oriri possunt; quæ à loco Solis computantur secundùm successionem signorum, v. g. si Sol sit in Ariete, nascetur interdiù Aries in Ortu, deinde Tanrus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo. Ergo hæc solùm signa inspicienda sunt, & si eorum aliquam lineam vmbra Gnomonis sua extremitate feriat, pronunciandum est tunc illud signum enasci, sic, si Sol sit in Tauro, nascentur exinde Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra, & sic dices de alijs. Quolibet ergo die proposito, vt intelligamus, quænam signorum sectiones contemplandæ sint, videndum priùs est, quo loco Sol expatietur, & succedentia sex signa ea erunt, quæ inspicienda sunt.

Aut vt hic vides eorundem signorum lineas pro portione sui vsque dum tangat Tropicos diuersam ab alia quæ post tactum protenditur efficiemus, vel colore diuerso, vel duplicando lineas, vt hic fecimus, ita vides lineam Aquarij esse duplicatam vsque ad T, reliquam simplicem, sic lineam Virginis esse duplicem vsque ad Z, reliquam simplicem, ita enim efficietur, vt duplicatæ deseruiant ad vnam anni partem v. g. descendentem à Canero ad Capricornum simplices ad aliam facilè enim erit cognoscere quænam ad partem descendentem, seu ascendentem pertineant ex linea Æquinoctiali. Nam eæ lineæ signorum Ascendentium, quæ incipiunt à parte eius matutina, in qua nimirum horæ antemeridianæ cadunt, & tendit hoc ordine in vespertinam, itaut sit priùs Scorpius, deinde Sagittarius, Capricornus, Aquarius, Pisces, hæ pertinebunt ad partem anni descendentem ab

in-

ingressu Cancri vsque ad Capricornum, quà Sol in Libra, & ideo Æquinoctiali existens nascuntur signa hoc ordine, nam post Ortum Solis nascitur Scorpius, deinde Sagittarius, & cæt. quæ in 4. fig. Expens. præc. sunt in semicirculo Libræ G T O.

Quæ verò incipiunt à parte matutinâ in vespertinum tendentes, & prius est Taurus, deinde Gemini, Cancer, Leo, Virgo, hæ lineæ pertinebunt ad partem anni ascendentem, quæ à Capricorno vsque ad Cancrum prætерlabitur, siquidem Sole existente in Æquinoctiali, & Ariete, hæc signa interdiù oriuntur post Ortum Solis Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, vt ex eâdem 4. fig. Expens. præced. sunt in semicirculo ad Arietem spectante G V O. Si verò libuerit duas figuras facere, & signa exorientia à Cancro vsque ad Capricornum in vna tabella collocare, perorientia verò à Capricorno vsque ad Cancrum in alia res erit distinctior. Iste autem modus omnibus Horologijs communis est etiam declinantibus, & inclinatis, excepto Aequinoctiali, dummodo incipiat horarum numeratio, quibus signa distant à meridie à linea, quæ à centro Aequatoris discedat, & transit per communem decussationem Meridianæ lineæ, & Aequinoctialis. Quamuis non semper puncta necessaria in Tropicis præbeant, neque omnia signorum exortus in illis planis describi possint. Sic in plano declinante, quem exhibuimus Expens. 9. fig. 33. propos. 46. quæ est hic fig. 12. Lam. 12., cuius centrum P altitudo Poli Gr. 60. non poterunt describi commodè nisi 8. signa. Ratio est, quia ea plana non totum diem hauriunt, sed partem aliquam diei; vnde aut non omnia, aut non integras lineas recipiunt, quod scilicet residua in altera facie, quam etiam illustrat Sol, describi debeant. Siquidem & secundùm eam partem diei aliqua signa exoriri possunt; Remanet itaque solum docere modum quo in Aequinoctiali describantur. Sit ergo secundus casus, in quo detur planum Aequinoctiale, vel superiùs, vel inferiùs in fig. 17. huius Lam. 12, in quo sit Tropicus v. g. Cancri descriptus, iuxta regulas traditas A B G, cuius centruo V, eodemque centro fiat circulus occultus æqualis circulo extimo fig. 5. huius Lam. 11., & ductâ lineâ Meridiana C V, vt placet, ab ea in vtramque partem transferantur arcus fig. 5. Y ſ, & Y e, & cæt. sicut Y H, & Y N, omnes alios, qui in plano Horologij fiot C H, & C L, sic & C K, & C M, & cæt. Exinde à centro V rectæ educantur ad ea puncta H L, & cæt. vsque ad perisphœriam Tropici B A G, quibus perpendiculares ducantur, quæ eruot lineæ signorum appositis caracteribus, prout fig. 5. arcubus arcus isti respondent. Sic quia arcus C H est in fig. 5. Y ſ, qui insignitur caractere Piscium, sic perpendicularis I O lineæ V H eius arcus determinatrici signo Piscium discriminatur, sic in fig. 5. Y r est arcus Leonis. Linea ergo perpendicularis O X, lineæ O V determinanti arcum Y r in plano Horologij caractere Leonis notanda est.

Ratio huius constructionis est eadem, quæ horarum Italicarum, siquidem Ecliptica nascente quolibet signo tangit eodem pacto diuersis in locis Tropicos, sicut circuli illarum horarum Apparentium maximum, per quæ loca transit hora Astronomica, quæ tunc est, cum nascente aliquo signo Ecliptica tangant Tropicum in ea distantia à Meridiano, quanta est arcus Æquatoris, qui per horas distinguitur. Aduerte tamen quod absolutè non est necesse reperire puncta contactuum in conicis Tropicorum sectionibus; sed sufficiet per puncta in Æquinoctiali inuenta trahere lineas Tropicos tangentes: Nam si appositè Tropicæ sectiones ductæ sint, necessariò tangent eodem in puncto, vbi tangere deberent, si puncta fuissent reperta, vt per se satis patet.

PROBL. II. PROPOS. XI.

Signa perorientia delineare adhibito Parallelismo ad horas Astronomicas Solis nascentis in plano Horizontali.

HIC modus delineandi est specialis plano Horizontalis, pro quo declarando reminiscendum est id, quod vniuersalitèr statutum est Expens. 4. Theor. 1. & 2. fig. 7. propos. 18. Trac. 1. vbi diximus quod plana se intersecantia, si in planum aliud incidant, quod eorum axi quo se intersecant, sit æquidistans illud secando lineas parallelas, suas sectiones efficiunt. Planum verò hoc æquidistabit semper communi se intersecantium axi, si vni eorum æquidistet, quod axis sit in qualibet eorum planitie, cum sit communis. Cum autem Sol in Horizonte est, vel aliquod initium signi, tunc in eodem puncto se intersecant simul Ecliptica, illius horæ, vel particulæ circulus, in qua oritur, vel occidit, & Horizon, vt potes animaduertere in fig. 1. Lam. 11. Expens. 1. Propos. 1. huius, si Sol sit in X in Horizonte, tunc X T, seù communis interfectio erit axis idem Horizontis F K D, Eclipticæ E X C O, & circuli punctati horæ tunc existentis Y X P T.

Cum autem planum Horizontalis Horologij, Horizonti æquidistet, etiam æquidistabit axi X T. Quarè sectiones, quas circulus horæ exorientis Solis discus imprimet, & sectiones Eclipticæ erunt parallelæ; imò & sectiones, quas facit initium Arietis, vel Libræ, exoriens erit parallela lineæ, nedum horæ sextæ, sed & Aequinoctiali, siquidem tunc est idem axis K L, per quem se inserit Ecliptica E K G in situ quo tangit punctum E, cũ Aries nascitur, & Æquator B K C L, per quem & transiret si esset descriptus circulus horæ 6. Vnde fit, quod Æquatoris sectio horæ 6. Eclipticæque nascente Ariete, & Eclipticæ nascente Librâ, sint quatuor lineæ parallelæ. Vnde est quod Eclipticæ nascente Librâ, vel Ariete sectiones insectione Eclipticæ non habent puncta per quæ transeant, cum ei æquidistent. Et hæc est ratio, cur duæ lineæ à vertice sectionum, quo linea styli secat, ducantur normales, & parallelæ. Porrò Expens. 2. huius arcus Æquatoris dedimus, qui intercipiuntur, vt inter punctum exorientis signi, & Meridianum, nempè distantiam horariam signi exorientis à Meridiano in 4. fig. Geometricè, & Arithmeticè in Tabella arcuum semidiurnorum.

Quarè detur primò planum Horizontale fig. 14 Lam. 13., in quo sit centrum A, Æquatoris sectio B C, circulus Aequatoris Z L K, cuius centrum Q, linea Meridiana A Q V assumantur ex fig. 4. Expens. præced. Lam. 11. arcus Aequatoris inter signum nascens, & Meridiem intereeptos, vt Y L Capricorni h. 4. m. 21. vt ex Tabella arcuum semidiurnorum constat, & transferatur ab V versùs Z, vel L, & more ordinario ducatur D F per Q, & ab A per F linea A F, quęrit illius horæ, in quâ nascitur Capricornus, & quia cum nostro Hemisphærio nascitur Capricornus, alteri opposito nobis nascitur Cancer, ideò ponitur ad partem Occidentalem V L, & dat horam F t, in qua nascitur Hemisphærio opposito, quæ vltra A, centrum Horologij producta in t, iam erit hora orientalis respectu nostri, in qua ante horam sextam in solstitijs nascitur Cancer. Pari ratione aliæ distantiæ Y I, & Y N à fig. 4. assumantur, & in circulum Z V L transferantur hinc indè, & similiter fiat vt supra, habebimus P A, & omnes horas, in quibus signa hyemalia post 6. horam nascuntur, & nostro, & contrario Horizonti, quæ productæ vltrà centrum A dabunt, & horas, in quibus signa æstiua nascuntur ante horam 6. nostro Hemisphærio. Si verò volumus vti tabella arcuum semidiurnorum, diuiso Z V L circulo in gradus suos, ab V linea meridiana, numerabimus grad. in vtramque partem pro hyemalibus, quorum rectæ productæ vltra centrum A, horas quoque, in quibus ante sextam horam nascuntur, æstiua exhibebunt, cuilibet autem lineæ adscribemus caracteres eorum signorum, quæ habent eandem declinationem, & eiusdem denominationis ad vitandam confusionem, ita lineæ P A, Leonis, & Geminorum caracteres, quorum eadem est declinatio, adscripti sunt. Secundò inueniantur puncta, per quæ transeunt signa ascendentia in Æquinoctiali, vel ex Tabella prima, & secunda, vel ex fig. 4., vt docuimus præcedenti problemate, & numerentur, vel mensurentur in arcu Z L ab V, si signa antemeridiana in Z V, si pomeridiana nascuntur in V L, & ductis lineis L I, & alias habebimus puncta I P X O, per quæ lineæ nascentium signorum transeunt. Tertiò trahantur per ea lineæ, sed parallelæ lineis horarum, quibus nascuntur, vt linea Virginis per punctum X parallela lineæ M A, quæ item est Virginis hora qua nascitur, sic linea Leonis, quæ transit per O parallelæ lineæ P A, quæ item est Leonis, & sic de alijs, & ita descriptum erit Horologium, si singulis caracterem illum apponas, quod signi illius est, per cuius punctum transit v. g. lineæ O, quia transit per punctum O exhibitum à linea n Q O, quæ est Leonis, vel cui parallela est, quod eadem O sit parallela P A, quæ est Leonis. Punctum verò Libræ, & Arietis non potest reperiri in linea æquinoctiali, cum vt dictum est æquidistet; quarè reperientur in Meridiana quæ erunt eadem, ac sectionum Conicarum E, & Q, trahentur autem parallelæ lineæ horæ sextæ, vt patet.

Quæres, cur lineæ horariæ signorum nascentium Sagittarij, & Aquarij, Scorpionis, & Piscium, sicut & aliæ Tauri, & Virginis, Geminorum, & Leonis, sint duæ sectiones Eclipticæ signorum nascentium indices parallelæ, ita quod sectio Aquarij, & sectio Sagittarij sit parallela Scorpionis, & Piscium, sicut & Virginis, & Tauri, Leonis, & Geminorum, & tandem Libræ, & Arietis.

Respondetur, Eclipticam eum Horizonte se intersecare in eodem axe gemina vice, quia ea signa habent eandem declinationem, & eandem latitudinem Horizontalem, eundemque arcum semidiurnum, vnde v. g. necesse est, vt eodem puncto tum Horizontis, tum horarij circuli in Ecliptica reperiantur, tum cum nascitur Taurus, tum cum deinde nascitur Virgo, vt in fig. 1. Lam. 11. Expens. 1. fig. 1. huius, cum Ecliptica habeat gemina vice in anno eandem latitudinem

dinem Horizontalem K X propter eandem declinationem illius puncti Eclipticæ, faciet eandem sectionem X T, sed tamen tum se habebit, vt idem circulus; quia diuersam ab Horizonte eleuationem habebit. Nam nascente Tauro, quæ super terram reperientur signa, erunt hyemalia, vt Sagittarius, Capricornus, Aquarius, Pisces, & ideo depressior Eclipticæ pars super terram extabit, & eius eleuatio v. g. erit proximè F e infrà Æquatorem; At Virgine nascente signa, quæ super terram tunc temporis sunt, Virginem antecedunt, & sunt æstiua, vt Leo, Cancer, Gemini, Taurus, vnde tunc Ecliptica magis eleuatur ab Horizonte, secatque Meridianum inter B, & A erectior Æquatore. Vnde, Ecliptica secundùm hos duos situs se habet, velut duo circuli, se tamen in eâdem sectione cum Horizonte intersecantes, vnde cum planum Horizontale Horizonti æquidistet, æquidistabit etiam Eclipticæ axi in hac gemina positione, vnde sectiones quas in eo plano imprimet, erunt parallelæ; Sic quoque vides in Libra, & Ariete, nam horum duorum signorum est eadem sectio K L, sed quia cum Aries nascitur, Capricornus est in Meridiano, & tunc minùs quam Æquator super Horizontem Ecliptica eleuatur, Cum verò nascitur Libra, Cancer est in Meridiano, & ideo magis quam Æquator Ecliptica eleuatur, hinc est quod semper istæ sint duæ lineæ, & parallelæ sint, tum Libræ, tum Arietis, si tamen axi K L planum æquidistet.

PROBL. III. PROPOS. XII.

Signa ascendentia in plano Sciaterico ope intersectionum cum hora 6. Astronomica, & Meridiana delineare.

HOræ quibus Ecliptica dato signo ascendente se intersecat sunt præcipuæ Meridiana linea horæ 6. horæ 11. vel 1. & Horizontali. Pro horis Astronomicis tabellas dedimus ad eleuationem Poli Gr. 44., & figuras etiam octauam pro hora 6. & decimam pro Meridiana. Ope igitur harum figurarum, vel tabularum signorum exorientium sectiones ducere poterimus, quam regulam diuersis planis exequemur. Sit ergo pro primo casu datum Horologium Meridianum, cuius locus styli A, linea Horizontalis A F, Æquinoctialis P A, linea horæ 6. C B, & 11. D E, longitudo styli A e, si que in animo velle inscribere ascendentia signa adhibitis declinationibus, quas tunc Ecliptica possidet in linea horæ 6. aut 11. placeatque pro hora 6. adhibere fig. 8. præced. Expens. & pro hora 11. vti in Tabella 5. horæ huic destinato tabulato.

Primò, in fig. 8. ad longitudinem styli A C, quæ erit hic Q g duc parallelam axi Q V rectam t e, prorsùs eodem modo, ac Expens. fig. 18. Tract. 2. Gnomon. duximus lineas horarias radios signorum secantes. Nam, & isti sunt radij signorum, & hæc quæ trahitur axi parallela ad distantiam styli est, vt ibi linea horæ 6. Nam sicut ibi, ita hic habentur puncta, per quæ paralleli transeunt, & consequenter, & Eclipticæ puncta, siquidem cum Sol in dato aliquo parallelo existit, etiam in Ecliptica est, Vnde parallelum, quem describit Sol, & punctum illud Eclipticæ describit.

Secundò, transfer ab g, eas distantias, vt g t, à 4. fig. in lineam horæ 6. C B ab A in vtramque partem, & signata erunt puncta per quæ lineæ nascentium signorum ducendæ sunt.

Tertiò seorsim facto in O centro ducatur circulus ad quamlibet magnitudinem, vel eius aliqua sufficiens portio, quæ sit T X 60. grad. quod distingues, atque signabis, inde ducta O A ab ea in vtramque partem, numerabis declinationes à 5. tabella excerptas, quæ horæ 11. Astronomicæ deseruiunt, ita tamen, vt ordinatim, secundùm ordinem signorum distribuantur, & ad maiorem distinctionem potes signare signa, in quibus ascendit Sol superiùs, ea verò in quibus descendit inferiùs, vt hic factum vides. Ex fig. verò 15. Horologij assumpta A P, transfer in O P fig. 16., & ducta T X per P, in ea habebis omnes declinationes, & puncta signorum, vt P I, & cæt. quas assumptas à P versùs X, & T, transferes in horam 11. D E in Horologij plano mensurando à P versus E, aut D. Aduerte tamen quod signi Libræ sit semper inferiùs lineâ æquinoctiali in D, Aries verò superiùs. Ratio verò huius operationis est eadem ac præcedens, iisdemque principijs innixa, erutis ab Expens. 14. Nam radij signorum, & punctorum Eclipticæ ijdem sunt; T X verò sectio horæ 11. trahitur hic eodem modo, ac ibi. Vnde puncta Eclipticæ hic habentur, sicut ibi puncta parallelorum Solis, cum sit idem punctum paralleli tantæ datę declinationis, & punctū Eclipticæ eiusdem declinationis.

Quod verò Libræ signum infrà lineam Æquinoctialem ponatur, prouenit ex eo, quod nascente Librâ, & Sole horam 11. possidente oportet Cancrum possidere; vt patet in Tabella ex tabulato 1. horæ 12. area 1. sub Librâ in quo gradus sunt Eclipticæ, qui in hora 11. reperiuntur, cum Librâ,

bræ, Horizontem ftringit. Quare Sol altus, & prope Verticem noftrum maiores vmbras caufabit, & Aequatore inferiores in plano Verticali. Minùs enim eleuatur Sol propè noftrum Verticem exiftens in plano Verticali, quam cũ remouetur ab eo.

Quartò puncta hæc tum horæ 6. tum 12. coniunges, quæ tamen ad idem fignum fpectaur: fic coniunges punctum A, & D, quod tum vnum, tum aliud ad fignum Libræ pertineat, fic B, & P, quod tum vnum, tum aliud ad fignum Sagittarij fpectet, fic A, T, quod tum vnum, tum aliud ad fignum Arietis. Singulis verò caracteres fuos appones, & erit conftitutum Horologium cum fignis afcendentibus.

Cafus 2., detur fecundò planum verticale regulare, cuius centrum A, linea horæ 6. CB, Horizontalis D T ad altitudinem Poli grad. 44., qualis eft angulus V I A. Sitque propofitum trahere in eo fectiones, quas facit Ecliptica cum plano Horologij afcendentibus fignis, mediantibus interfectionibus horæ 6., & horæ 12. Meridianæ.

Primò affume longitudinem axis A I Lam. 12., & transfer in fig. 8. Lam. 11. fuper axem Q V, à Q, eritque Q r, à quo puncto r ducito perpendicularem r X, quæ erit linea horæ 6. prorsùs eodem modo, ac fig. 19. 26. 27. Lam. 8. A H tracta fuit, fecabitque radios fignorum, vnde transferes harum fectionum diftantias, vt r X, & r L, & cæt., in Horologij planum ab A versùs B, & versùs C.

Secundò, affumpta rursùs à Lam. 13. fig. 18. diftantia A I, in triangulo Horologij V A I, quæ eft longitudo axis, transferatur in fig. 10. præced. Expenf. Lam. 12., in qua T P eft Horizon, T Q altitudo Poli 44. grad., & Q V axis. Menfuretur itaque longitudo A I in lineæ axis à centro V in N, & à puncto N ad lineam Horizontalem P T, ducatur perpendicularis M N, quæ pariter imitabitur fig. 26. 27. 29. Lam. 8. propof. 26. Tract. 2. Lam. 8. Linea A L, & M N erit linea Meridiana. Erit enim triangulum N V O idem in fig. 10. Lam. 12., ac triangulum Gnomonicum A I O in hac figura, & triangulum A B L ex fig. 20. prop. 26. Lam. 8. Tract. 2. huius, quod item eft triangulum Gnomonicum. Secabunt itaque lineam Horizontalem N M radij fignorum. Harum itaque fectionum diftantias ab N, vt N I, & N P, transferantur in lineam Meridianam Horologij, vt A L, A P, & cæt. adnotatis fignis, quorum puncta funt. Nam fi coniungas puncta, quæ reperta funt in linea fexta cum ijs, quæ reperta funt in linea Meridiana rectis ad idem fignum fpectantibus, erunt illæ fectiones Eclipticæ, quas in plano verticali efficit nafcente aliquo figno.

Probatio verò huius praxis eft eadem, ac primi cafus, vnde non eft opus repetere.

Cafus 3. Detur planum declinans Lam. 13. fig. 19., & inclinatum, in quo ope lineæ horæ 6., & Meridianæ, figna perorientia defcribi conueniat, in quo centrum Horologij A, linea Horizontalis E F, Meridiana A C R A D, linea Horæ 6. Primò ex documentis Expenf. 4. Cafu 5. Probl. 1. propof. 24. iam nouimus A V O effe portionem triangulam plani Meridiani, & O centrum effe Mundi, & pofitum in fuo fitu debere ei conuenire; O V verò effe Aequinoctialem, ergo producta O V in T centro O, fiat circulus æqualis circulo fig. 10. huius Lam. 12., & à T versùs C menfurentur declinationes afcendentium transferendo à fig. 10. Expenf. huius arcus declinantium, vt A B in femicirculum C T, vt eft T G. Nam ducta C O R dabit punctum R Libræ in Meridiana, & T M declinatione trahes M O S, quæ dabit punctum S Leonis, & Sagittarij, & cæt. Non traximus autem omnes, vitandæ confufionis intuitu.

Secundò, ex Probl. 2. cognouimus A I K effe planum horę 6., & I effe in centro Mundi. Si triangulum effet in fitu fuo conftitutum, I L verò effe æquinoctialem.

Ergo ex fig. 8. transferemus omnes declinationes radiorum fignorum afcendentium, vt F D in planum Horologij ab L versùs X, qualis eft L X Leonis, quæ ducta X I N per I centrum, dabit punctum N, per quem linea Leonis ducenda erit: Alias tamen ad arcendam confufionem non omnes duximus.

Tertiò rectis coniungemus ea puncta, quæ ad idem fignum pertinent, & figna afcendentia defcribemus.

Aduertendum tamen eft, ne hæfitatio, aut error in transferendis declinationibus occurrat, & confiderandum, quinam Polus fuper planum declinans, & inclinatum eleuetur. Nam fi Polus Arcticus, vt in Horizontali, & Verticali, Boreali, & quæ irregularia horam naturam imitantur, declinatio Libræ in linea Meridiana infrà menfuranda, vt fignet punctum fupra lineam Aequinoctialem, transferenda. Si verò Antarcticus, vt in Verticali Meridiano, & quæ irregularia fimilis funt pofitionis, vt in exemplo declinatio Libræ à T in C, vt punctum R cadat infrà lineam Æquinoctialem, menfuranda eft, in linea verò horæ 6. femper figna Auftralia fuper Horizontem conftituuntur, Borea verò infrà.

Ratio

Ratio primæ regulæ est; Quia ascendente Librâ in planis de natura Verticalium Cancer est in Meridiano. Vnde vmbra in eis longior, in ijs verò, quæ sunt de natura Horizontalium vmbra contractior. Vnde propiùs stylum collocanda est linea Ortum Libræ exprimens. Ratio verò secundæ est, quod in circulo horæ 6. semper signa Australia sunt infrà Horizontem. Vnde eorum puncta super Horizontalem cadent, Borealia verò infrà, eo quod super Horizontem sint, omnes enim lineæ, seu puncta, quæ circulos, aut puncta circulorum super Horizontem existentia exprimunt, ea infrà lineam Horizontalem constitui debent, vt ex dictis satis est manifestum.

Aduerte quoque hoc modo posse vti in omnibus alijs Horologijs si ex dictis Prob. 1. & 2. Expens. 4. Tract. præced. repetias distantiam lineæ Meridianæ, & horæ 6. à centro Mundi, prout ibi docuimus.

PROBL. IIII. PROPOS. XII.

Signa ascendentia adiumento horæ 24. Babylonicæ, vel Italicæ describere.

SVprà Expens. 2. probl. 6. pr. 9. docuimus reperire latitudines Horizontales, & earum radios ducere, vt in fig. 11. Lam. 12. apparet. Huius ergo figuræ auxilio signa describemus. Detur fig. 20. Lam. 13. planum ab Horizonte declinans in altitudine Poli grad. 44. in quo centrum A, locus styli C, eius longitudo CD, & triangulum PDF sit illud, quod reperire docuimus Expens. 12. prob. 2. propos. 58. Tract. 1. præced. in quæsito, nempe planum Veticalis portio triangularis, in quo PD est sectio Verticalis primarij, ideoque distantiæ perpendicularis à centro Mundi, quod caderet in centrum Mundi, si illud triangulum insisteret perpendiculatitèr plano Horologij super lineam verticalem PF. Sit quoque in eo Meridiana AE, Horizontalis GH. In linea verò Meridiana describantur signorum ascendentium puncta, vt supra docuimus in præcedenti, nam ducta FI æquali FA ab O puncto, in quo Aequinoctialis secat meridianam, ducemus OIT, & à T mensurabimus declinationes Libræ TM, Arietis TN, & cęt., vt pręced. Pr. de alijs declinationibus, radijsque earum faciemus. Deinde puncta hæc quoque reperiemus in linea Horizontali GH hoc modo. Primò assumatur PD, & transferatur in fig. 11. Lam. 12. Expens. 2. præced, super VT verticalem à centro V in T, & per punctum T ducatur verticali VT linea perpendicularis TP. Nam hæc secabit radios latitudinum ortiuarum, vt in P, aut S, & cær. Assumantur itaque secundùm horum punctorum interualla à puncto T, vt TP, deindè PS, & cæt., & transferantur in planum Horologij à P versùs G, vel H, ita tamen vt australia sint versùs Boream. Borealia versùs Austrum, & in quocunque alio plano semper contrarium situm teneant. Ratio est, quia radius, qui projicitur, cum v. g. Capricornus A fig. 11. Lam. 12. est in Horizonte, radius eius transiens per centrum V in oppositam partem cadit in P versùs Cancrum.

Tertiò, puncta, quæ ad idem signum spectant rectis coniungentur, & habebimus sectiones Eclipticæ, quas signis exorientibus cum plano sciaterico efficit Ecliptica. Ratio verò huius praxis non differt à præcedentibus, quia VP, VS in fig. 11., & cæt. sunt radij signorum nascentium. Vnde cum punctum A initij Capricorni est in Horizonte, quod vtrique est Eclipticæ, & planum Eclipticæ semper transeat per centrum Mundi, transibit per V. Quarè necessariò transibit etiam per P, in quod vmbra projicitur.

Corollarium.

Hinc elicies, cur in eodem puncto semper duo signa conueniant in linea Horizontali, & Meridiana in quocunque plano, in quo sint descriptæ. Nam id prouenit, quod eum duo signa habeant eandem declinationem, consequenter in eodem puncto secane Meridianum, & Horizontem. Sic Sagittarius, & Aquarius, quia habent eandem declinationem in eodem puncto Horizontem secant Scorpius, & Pisces, Libra, & Aries, Taurus, & Virgo, Leo, & Gemini, quæ sunt ipsa signa quæ in Horizonte sunt. At in Meridiano non sunt quidem ea signa; Nam ea quæ notantur, nascuntur, & sunt in Horizonte: Sed alia Eclipticæ puncta, quæ per quadrantem distant à primis nascentibus, ita tamen, & nascente Librâ, & Ariete Ecliptica summam in Meridiano declinationem teneat, quia tunc Cancer, aut Capricornus in Meridiano est.

Quare alia puncta hinc inde, quæ antecedunt, & quæ succedunt, eandem habebunt declinationem à punctis culminantibus, ita in fig. 11. Lam. 12. Expens. præced. Taurus, & Leo, eandem habent declinationem, quia eandem distantiam habent à Cancro. Aries, & Virgo, Pisces, & Libra, Aquarius, & Scorpius, Capricornus, & Sagittarius.

Quia eorum ascensiones obliquæ æquales sunt, si numerentur à Cancro, vel Capri-

pricorno. Vnde, & æquales possident declinationes, quod & potes videre in Tabellis hor. 12. Nam signa, quæ æqualiter distant à Cancro præcedendo, & subsequendo, eodem numero graduum fruuntur in suis declinationibus. Vnde hinc poteris videre, si error aliquis in trahendis lineis subrepserit. Nam si non conueniunt in Meridiana, & Horizontali signa prædicta, erroris certum inditium est.

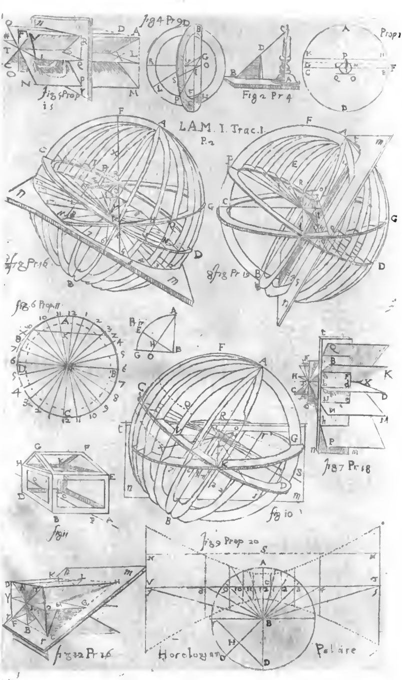
Corollarium 2.

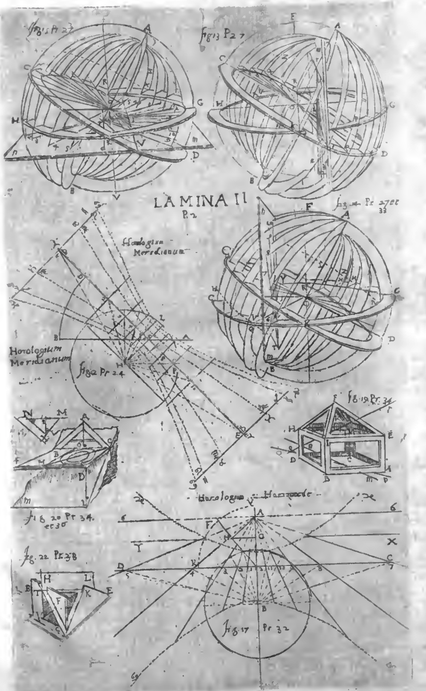
Hinc etiam, & ex prædictis notabis signorum lineas, quæ vltra lineam Horizontalem protenduntur in quocunque Horologio deseruire pro facie opposita, sicut de quocunque genere horarum diximus. Vnde signa in præsenti fig. quæ vltra G H sunt, deseruient pro inferiori facie Horologij ab Horizonte declinantis. Ratioque est eadem, quam ibi assignauimus.

Corollarium 3.

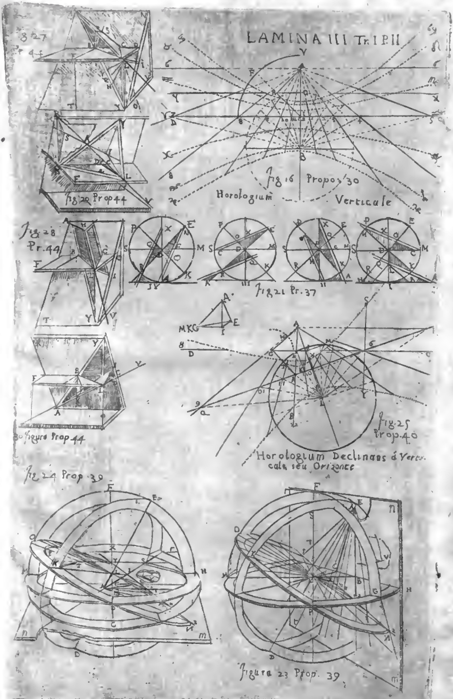
Quoscunque ex istis modis cuicunque Horologio adhiberi posse, & maximè is, qui aut per latitudines Horizontales, & Æquinoctialem, vel per lineam horæ 6., & meridianam operi demandatur. Docuimus enim modum reperiendi in omnibus planis distantiam centri Mundi à linea Meridiana Probl. 1. Proposf. 24. Expens. 4. Tract. 3. Gnomonici, & Probl. 2. Proposf. 25. ibidem inueniendi eandem distantiam à linea horæ 6. à centro Mundi, sicut & distantiam Horizontalis à centro ipso Mundi Probl. 3. Expens. 9. Proposf. 50. Tract. 1., & Probl. 1. Proposf. 40. Expens. 8. in quæsito Tract. 1. Gnomonici. Si ergo aut hæc distantia ex vertice trianguli rectanguli eorum circulorum, siuè per lineam perpendicularem habeatur, & ad eam facto centro circulus describatur, hic repræsentabit circulum illius sectionis, quarè poteris vti regula Prob. 3. in casu 3. exposita, & arcus declinationum, seù in circulo isto arithmeticè ex tabellis numerare, vel ex fig. 8. 10., & 11. transferre, vel eosdem, si circulus vt æqualis ijs figuris iuxta tuam Poli eleuationem erectis, vel similes, si æqualis non sit. Et hæc mihi visa sunt indicanda pro descriptione signorum Ascendentium. Omnes enim casus comprehendere, nec tempus, nec expensa permittit, sed solertiæ addiscentium multò necessaria sunt relinquenda.

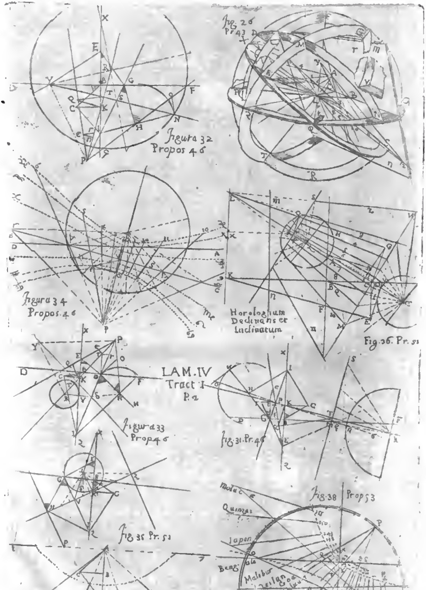
F I N I S.

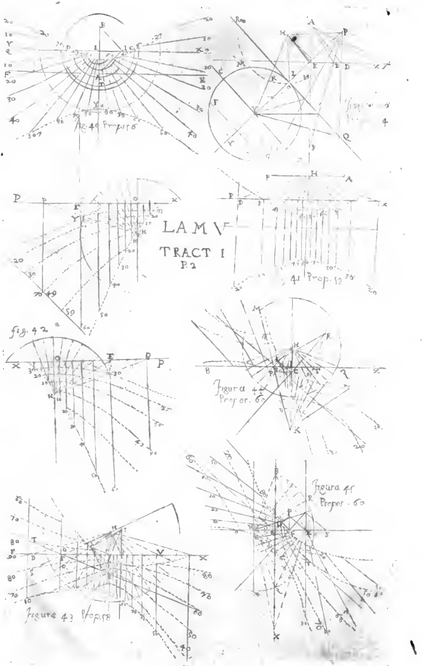

LAM. I. Trac. I.
fig 4 Pr 9
Prop 1
Fig 2 Pr 4
fig 5 Prop 15
fig 8 Pr 16
fig 8 Pr 19
fig 6 Prop 11
fig 7 Pr 18
fig 10
fig 11
fig 9 Prop 20
fig 12 Pr 16
Horologium
Polare



LAMINA II
P. 2
fig. 15 Pr. 27
fig. 13 P. 27
Horologium Meridianum
Horologium Meridianum
fig. 2 Pr. 24
fig. 19 Pr. 34
fig. 20 Pr. 34. et 30
Horologium Horizontale
fig. 22 Pr. 38
fig. 17 Pr. 32


LAMINA III Tr.I P.II
fig.16 Propos.30
Horologium Verticale
fig.20 Prop.44
fig.28 Pr.44
fig.21 Pr.37
fig.25 Prop.40
Horologium Declinans á Verticali seu Orizonte
30 figura Prop.44
fig.24 Prop.39
figura 23 Prop. 39


Figura 32
Propos 46
Fig. 26
Pr 43
Figura 34
Propos. 46
Horologium
Declinans et
Inclinatum
Fig. 36. Pr. 51
LAM. IV
Tract I
P. 2
Figura 33
Prop 46
Fig. 31. Pr. 46
Fig. 35 Pr. 51
Fig. 38 Prop 53
Quinzai
Japon
Meridiani Urbium
Domus Cœlestes
Fig. 37 Propos 52


LAM V
TRACT I
P.2
Fig. 40 Propos. 56
41 Prop. 52
fig. 42
Figura 44 Propor. 60
Figura 43 Prop. 58
Figura 45 Propos. 60

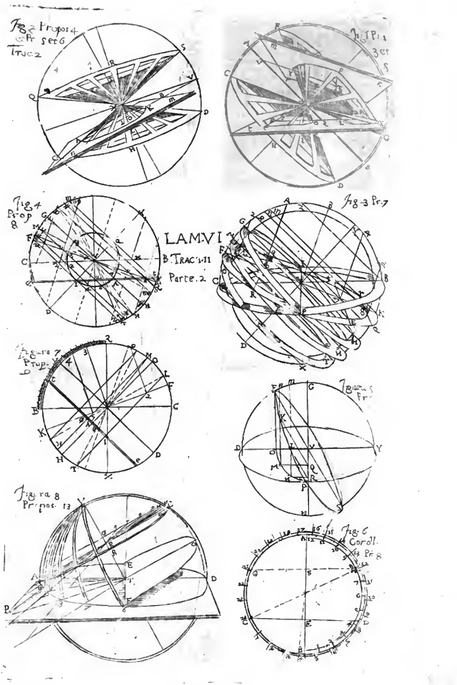
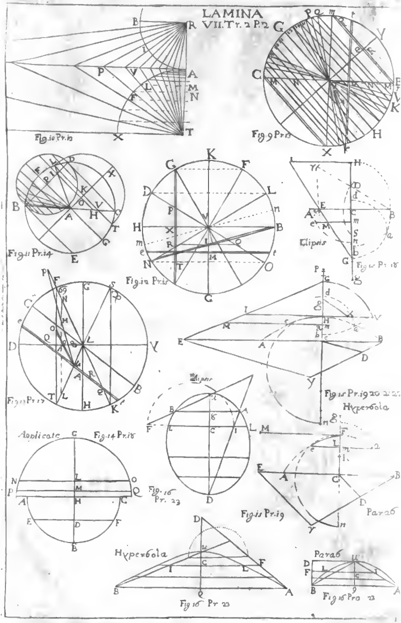
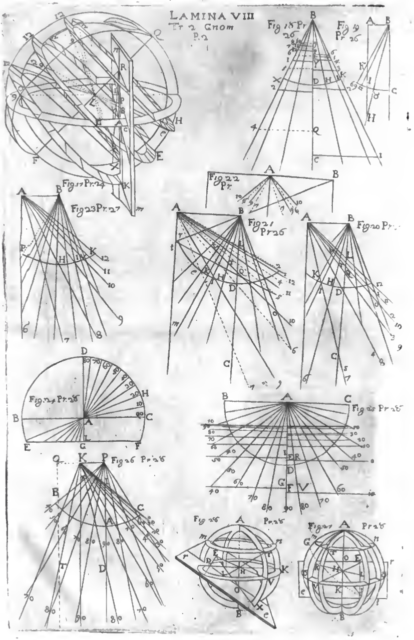
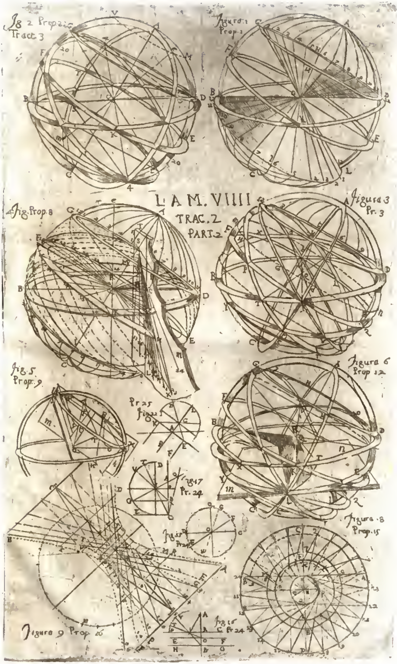


Fig. 2 Propos. 4
Trac. 2
LAM. VI
B. TRAC. 1. 11
Parte. 2
Fig. 4 Prop. 8
Fig. 3 Pr. 7
Figura 7
Figura 8 Propos. 13
Fig. 6 Coroll. Pr. 8


LAMINA
VII. Tr. 2 P. 2
Fig. 10 Pr. 16
Fig. 9 Pr. 13
Fig. 11 Pr. 14
Fig. 12 Pr. 15
Elipsis
Fig. 12 Pr. 18
Fig. 13 Pr. 17
Fig. 15 Pr. 19 20 21 22
Hyperbola
Applicate
Fig. 14 Pr. 18
Fig. 16 Pr. 23
Fig. 15 Pr. 19
Para6
Hyperbola
Para6
Fig. 16 Pr. 23
Fig. 16 Pro 23

LAMINA VIII
Tr 2 Gnom
P.2

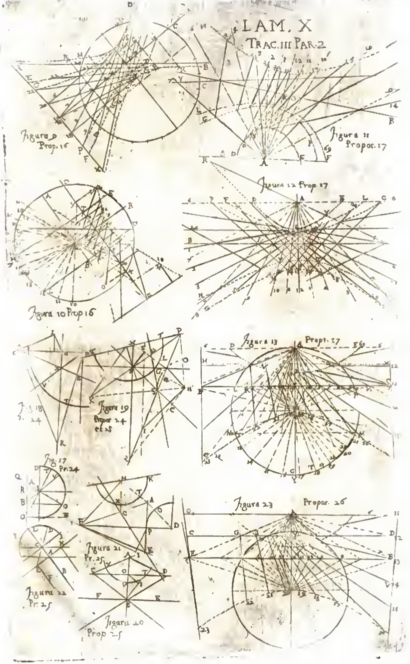




LAM. VIIII
TRAC. 2
PART. 2
Figura 3
Pr. 3
Figura 6
Prop 12
Figura 8
Prop. 15
Figura 9 Prop 16
Fig. 5
Prop. 9

LAM. X

TRAC. III PAR. 2



LAMINA XI
Tr 3

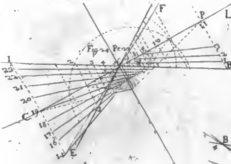


Fig. 24 Pr. 24

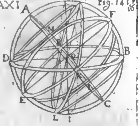


Fig. 14 Pr. 18

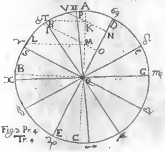


Fig. 3 Pr. 4 Tr. 4

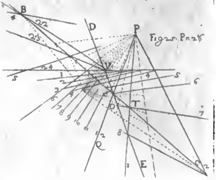


Fig. 25 Pr. 25

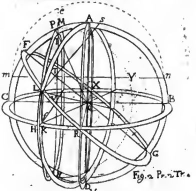


Fig. 2 Pr. 2 Tr. 4

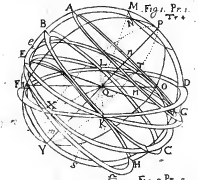


Fig. 1 Pr. 1 Tr. 4

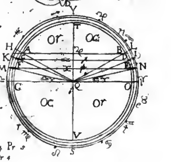


Fig. 4 Pr. 5 Tr. 4

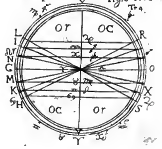
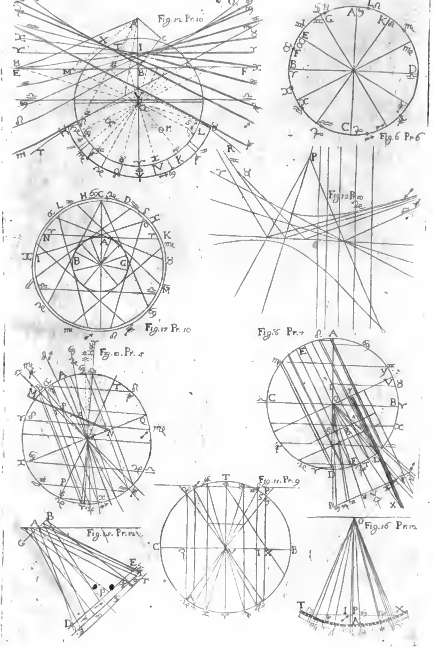
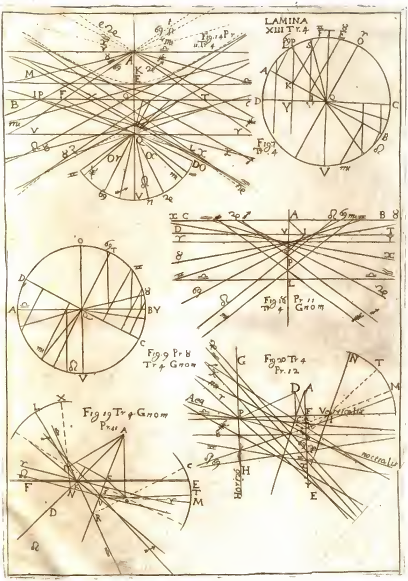


Fig. 5 Pr. 5 Tr. 4

LAMINA.XII. Tr. 4




LAMINA
XIII Tr. 4
Fig. 7 Tr. 4
Fig. 9 Pr. 8 Tr. 4 Gnom
Fig. 19 Tr. 4 Gnom
Fig. 20 Tr. 4 Pr. 12
Aeq
Horiz
Verticalis
noctialis